

[解答記入上の注意]

- 1, 2 (3), 5 (1), 6 (1) は答えのみでよい。それ以外の問題は答え以外に文章や式、図なども記入すること。

- 問題にかいてある図は必ずしも正しくはない。

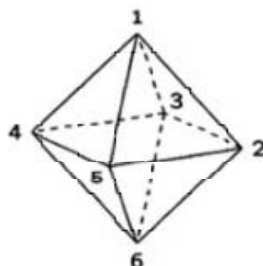
1

次の 内に適する数, または式を記入せよ。

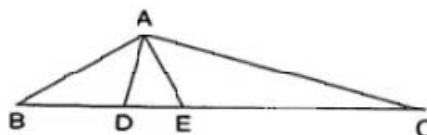
- (1) $x^3 - xy^2 + xy - x + y^2 - y$ を因数分解すると である。

- (2) s を正の定数, t, u を定数とする。 x の 2 次方程式 $x^2 - sx - t = 0$ の 2 つの解が $-3, u$ で, x の 2 次方程式 $x^2 - sx + t = 0$ の 2 つの解の差が 7 であるとき, $u =$ である。

- (3) 右の図のように 6 つの頂点に番号をつけた正八面体がある。1 から 6 までの目があるサイコロを 4 回投げ, 出た目と同じ番号の頂点に印をつけていく。同じ頂点に印を複数回つけてもよいものとする。このとき, 印のついた頂点が三角すいの 4 つの頂点をなす確率は である。

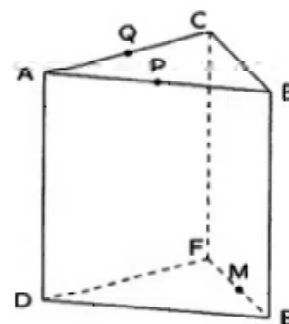


- (4) 右の図のように, $AB = 10, AC = 20$ である $\triangle ABC$ において, 辺 BC 上に点 D, E を線分 AD, AE が $\angle BAC$ の 3 等分線となるようにとる。 $AD = 5$ であるとき, $AE =$ である。

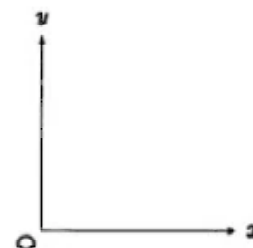


2

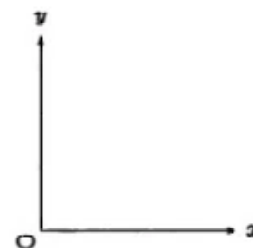
右の図で, 三角柱 $ABC-DEF$ はどの辺の長さも 4cm で, 側面はすべて正方形である。また, 点 M は辺 EF の中点である。点 P は辺 AB , 辺 BE , 線分 EM をこの順に毎秒 1cm の速さで進み, 点 Q は辺 AC , 辺 CF , 線分 FM をこの順に毎秒 1cm の速さで進む。2 点 P, Q は点 A を同時に出発してどちらも 10 秒後に点 M に到達する。2 点 P, Q が点 A を同時に出発してから x 秒後 ($0 < x < 10$) の $\triangle APQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とする。次の問いに答えよ。



- (1) $0 < x \leq 4$ のとき, y は x の関数である。 y を x で表せ。また, 定義域に注意して, この関数のグラフをかきこめ。



- (2) $8 \leq x < 10$ のとき, y は x の関数である。 y を x で表せ。また, 定義域に注意して, この関数のグラフをかきこめ。



- (3) $y = 4\sqrt{5}$ となる x の値をすべて求めると, である。

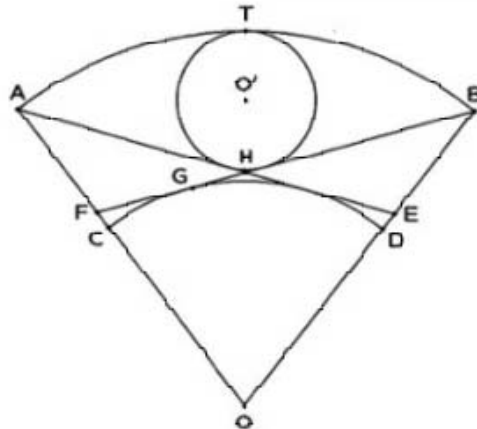
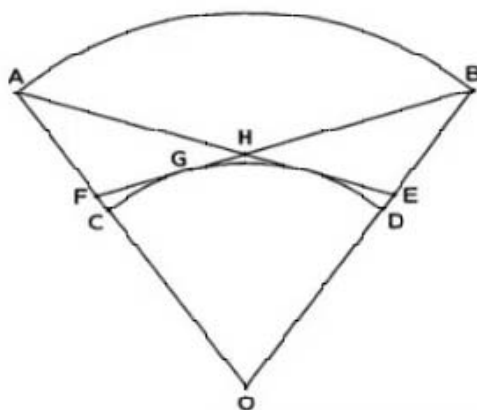
で

3

右の図のように、点 O を中心とする半径が 20 の扇形 OAB と、点 O を中心とする半径が 12 の扇形 OCD がある。ただし、点 C は線分 OA 上、点 D は線分 OB 上にある。点 A から弧 CD に引いた接線と線分 OB との交点を E 、点 B から弧 CD に引いた接線と線分 OA との交点を F とする。線分 BF と弧 CD の接点を G とする。線分 AE と線分 BF の交点を H とする。 $AE = BF = 21$ 、 $FG = 5$ のとき、次の問いに答えよ。

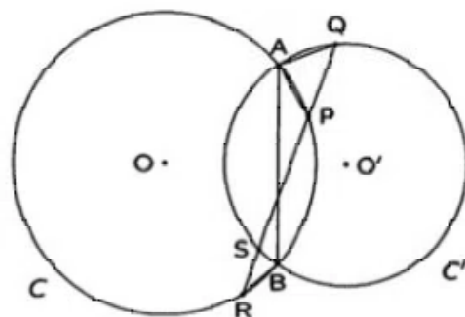
(1) 線分 GH の長さを求めよ。

(2) 線分 AE 、線分 BF 、弧 AB すべてと接する円の中心を O' とし、この円と弧 AB の接点を T とする。 $TO' : O'H$ を求めよ。



4

点 O を中心とする半径が r の円 C と、点 O' を中心とする半径が r' の円 C' が 2 点 A, B で交わっている。右の図のように円 C 上に点 P を、円 C' 上に点 Q を $AP = AQ$ が成り立つようにとる。さらに、直線 PQ と円 C の交点のうち、点 P と異なるものを R 、直線 PQ と円 C' の交点のうち点 Q と異なるものを S とする。次の問いに答えよ。

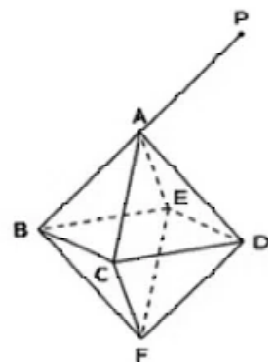


(1) $\angle ABR + \angle ABS = 180^\circ$ であることを証明せよ。

(2) $AR : AS = r : r'$ であることを証明せよ。

5

右の図のように、1辺の長さが1の正八面体 $ABCDEF$ がある。半直線 BA 上に $BP = 2$ である点 P をとる。正八面体 $ABCDEF$ のすべての頂点を通る球面を S とする。



(1) 球面 S の半径は である。

(2) 直線 PF と球面 S の交点のうち、 F と異なる点を Q とする。線分 FQ の長さを求めよ。

(3) 直線 PC と球面 S の交点のうち、 C と異なる点を R とする。線分 CR の長さを求めよ。

6

右の図1のような、無限に敷き詰められた正三角形の辺からなる経路がある。点 P ははじめ点 A にある。1から6までの目があるサイコロを投げ、出た目に応じて図2の方向の隣の頂点に点 P は移動する。

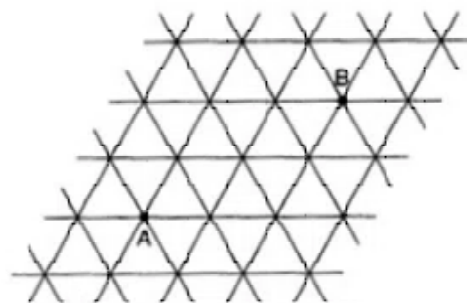


図1

(1) 点 P が4回移動したとき、点 B にある確率は である。また、点 P が5回移

動したとき、点 B にある確率は である。

(2) 点 P が6回移動したとき、点 B にある確率を求めよ。

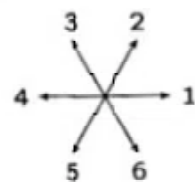
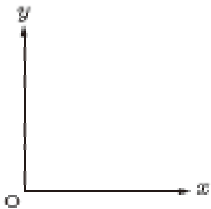
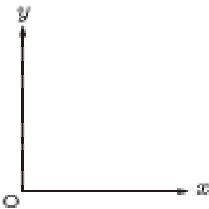


図2

1	(1)			(2)	
	(3)		(4)		

2	(1)		(2)	
	(3)			

3	(1)	
	(2)	

4	(1)	
	(2)	

5	(1)	
	(2)	
	(3)	

6	(1)		
	(3)		

得点	
----	--

1 (1) $(x-1)(x+y)(x-y+1)$

(2) 20

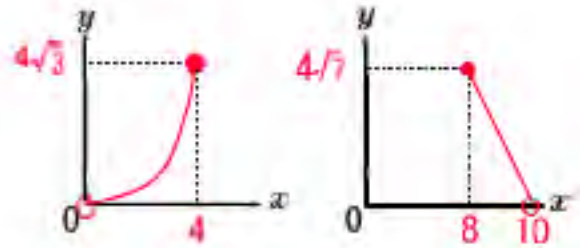
(3) $\frac{2}{9}$

(4) $1 + \sqrt{21}$

2 (1) $y = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$

(2) $y = -2\sqrt{7}x + 20\sqrt{7}$

(3) $4 + 2\sqrt{2}, \frac{70-2\sqrt{35}}{7}$



3 (1) $\frac{36}{11}$

(2) $11 : \sqrt{130}$

4 略証

(1) $\angle ABR = \angle APR, \angle ABS = \angle AQR, 180^\circ - \angle APR = \angle AQR$

よって, $\angle ABR + \angle ABS = \angle APR + \angle AQR = 180^\circ$

(2) $\triangle OAR \sim \triangle O'AS$ (2 角相等) より,

$AR : AS = OA : O'A = r : r'$

5 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6 (1) $\frac{1}{216}$

(2) $\frac{5}{972}$

(3) $\frac{55}{7776}$