数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙にＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中を最も小さい自然数にしなさい。

6　答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。

7　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt{10}-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)+\left(\sqrt{10}-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)^2$ を計算せよ。

〔問2〕 連立方程式 $\begin{cases} 0.3x+\dfrac{1}{4}y=4 \\ \dfrac{1}{3}x+0.4y=2 \end{cases}$ を解け。

〔問3〕 n を自然数とし，記号【$\sqrt{n}$】は $\sqrt{n}$ の整数部分を表すものとする。

例えば 【$\sqrt{3}$】$=1$，【$\sqrt{25}$】$=5$ である。

1から6までの目の出る大小1つずつのさいころを同時に投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b としたとき，

$$\frac{2【\sqrt{a+b}】}{【\sqrt{a^2}】}$$

が整数となる確率を求めよ。

ただし，大小2つのさいころはともに1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

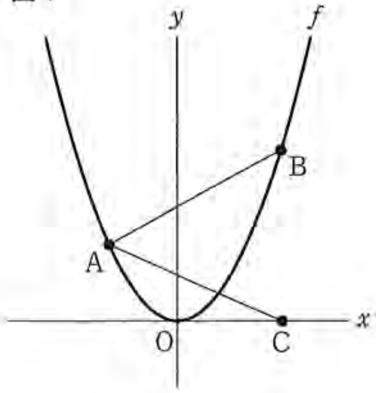
〔問4〕 右の図1で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフを表している。2点A，Bはともに曲線 f 上にあり，点Cは x 軸上にある。

点Aの x 座標は負の数で，点Bの x 座標は正の数であり，点Aの x 座標と点Bの x 座標の差は5で，点Bの x 座標と点Cの x 座標は等しい。

点Aと点B，点Aと点Cをそれぞれ結ぶ。

AB＝ACとなる点Aの x 座標を求めよ。

図1

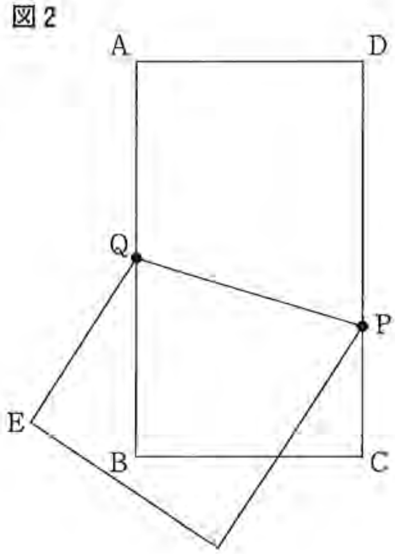


〔問5〕 右の図2で，四角形ABCDは長方形である。辺CD上にある点をP，辺AB上にある点をQとする。線分PQを折り目として四角形ABCDを辺BCと線分DPが交わるように折り曲げたとき，頂点Aと重なる位置にある点をEとする。

解答欄に示した図をもとにして，∠EQB＝30°となる点Qを，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Qの位置を示す文字Qも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



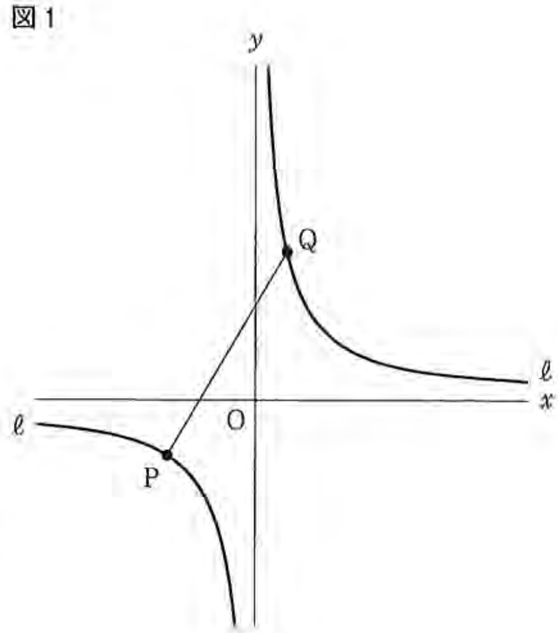
2 右の**図1**で点Oは原点，曲線ℓは関数$y=\dfrac{a}{x}$ $(a>0)$ を表している。

点Pと点Qはともに曲線ℓ上にあり，点Pのx座標は負の数，点Qのx座標は正の数である。

点Pと点Qを結ぶ。

点Oから点$(1,\ 0)$までの距離，および点Oから点$(0,\ 1)$までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 点Pのx座標が-3，点Qのx座標が1の場合を考える。

直線PQの傾きが2のとき，aの値を求めよ。

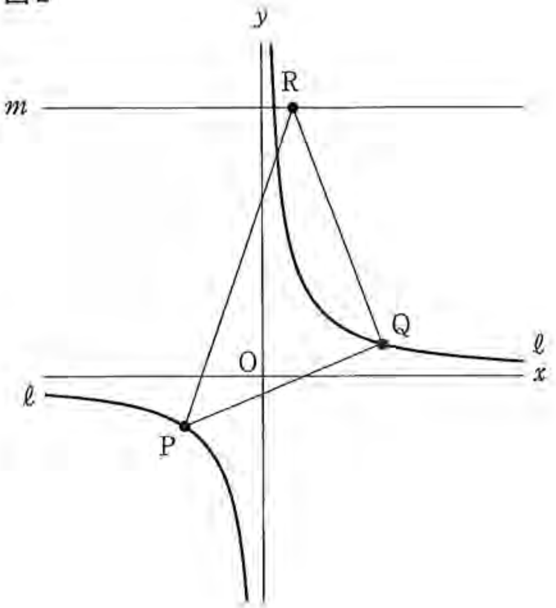
〔問2〕 右の図2は，図1において，$y=4$ のグラフを表す直線を m，直線 m 上にある点をRとし，点Pと点R，点Qと点Rをそれぞれ結んだ場合を表している。

点Pの x 座標が -2，点Qの x 座標が4のとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 点Pの y 座標が -2，$\angle PQR=90°$ のとき，線分PRの長さは何cmか。

ただし，答えだけでなく答えを求める過程が分かるように途中の式や計算なども書け。

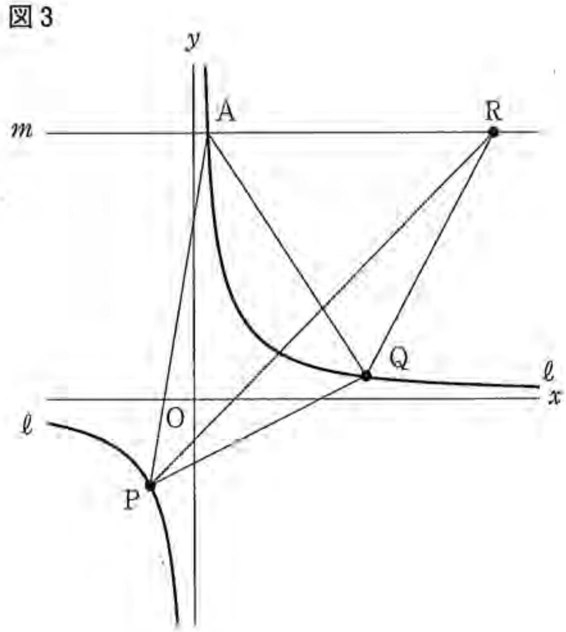
図2



(2) 右の図3は，図2において，曲線 ℓ と直線 m との交点をAとし，点Aと点P，点Aと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。

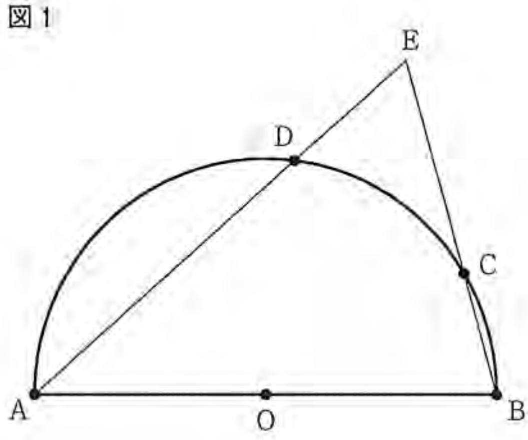
$a=2$ のとき，△APQの面積が△PQRの面積の2倍となる点Rの x 座標を求めよ。

図3



3 右の図１で，点Oは線分ABを直径とする半円の中心である。
点Cは$\overset{\frown}{AB}$上にある点で，点A，点Bのいずれにも一致しない。
点Dは$\overset{\frown}{AC}$上にある点で，点A，点Cのいずれにも一致しない。
2点A，Dを通る直線と2点B，Cを通る直線との交点をEとする。
次の各問に答えよ。

図１

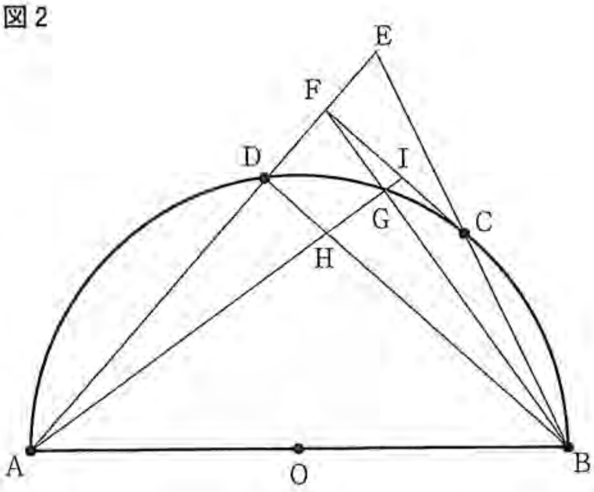


〔問１〕 図１において，点Oと点Dを結んだ場合を考える。
$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}=5:9$，$\angle AEB=63^\circ$のとき，$\angle BOD$の大きさは何度か。

〔問2〕 右の図2は，図1において，点Cから線分DEに垂線を引き，線分DEとの交点をFとし，点Bと点D，点Bと点Fをそれぞれ結び，線分BFと半円Oとの交点をG，2点A，Gを通る直線を引き，直線AGと線分BD，線分CFとの交点をそれぞれH，Iとした場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1) △AHD ∽ △FIG であることを証明せよ。

(2) 次の$\boxed{}$に当てはまる式を a と b を用いて表せ。

CF $= \frac{7}{2}$ cm，△BCF の面積が $\frac{21}{8}$ cm^2，△AHD と△FIG の相似比を $a:1$，GF $= b$ cm とするとき，HD：IF $= ab : \frac{\boxed{}}{2}$ である。

4 赤坂さんと永田さんは山間部でのみかん栽培において，収穫したみかんを農業用モノレールで運搬するためのレールをどのように敷くかについて，右の図1のような山の模型をもとに話をしている。

図1

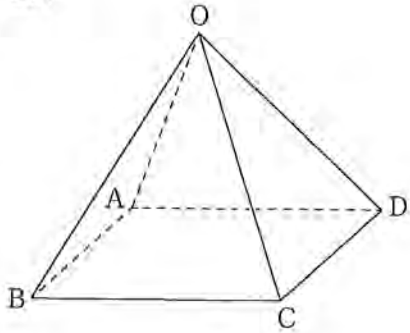


図1に示した立体O-ABCDは，底面ABCDが1辺の長さx cmの正方形で，OA = OB = OC = OD = 10 cmの正四角すいであり，∠BOC = y°とする。

ただし，山の地面からレールを敷く際の高さについては考えないことにする。

2人の会話文を読んであとの問いに答えよ。

永田さん：まずは山の高さに相当する線分の長さについて考えてみようか。

赤坂さん：そうだね。それは大切なことだね。四角形ABCDの2つの対角線の交点をHとし，頂点Oと点Hを結んだ場合を考えると，線分OHの長さが山の高さに相当するね。

永田さん：線分OHの長さはxを用いた式で $\boxed{(1)}$ cmと表すことができるね。

赤坂さん：線分OHの長さがだんだん短くなると，$\boxed{\quad(2)\quad}$ なり，$\boxed{\quad(3)\quad}$ なるね。

永田さん：なるほどね。次にレールの長さが最短となるルートについて考えてみようか。

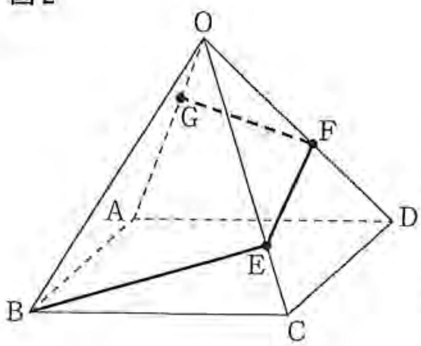
赤坂さん：ルートを考えるうえでは途中通過しないといけない集積場所があるよ。図1の模型を用いて考えてみようか。

【赤坂さんが考えたルート】

右の図2は，図1において，辺OC上の点をE，辺OD上の点をF，辺OA上の点をGとし，頂点Bと点E，点Eと点F，点Fと点Gをそれぞれ結び，BE＋EFの長さが最小で，かつFGの長さが最小である場合を表している。

線分BE，線分EF，線分FGがレールを表し，点E，点F，点Gが集積場所を表している。頂点Bから出発し，線分BE，線分EF，線分FGを通り，点Gに到着するB→E→F→Gというルートを考える。

図2



赤坂さん：$y = 60$のとき，BE＋EFの最小の長さが14 cmになったよ。

永田さん：BE＋EFの長さが最小で，かつFGの長さが最小となるとき，線分OFの長さは $\boxed{(4)}$ cmとなるね。

赤坂さん：ところで，農業用モノレールは，どれくらい急な斜面を運搬することができるのかな。
図1の模型を用いて考えてみようか。

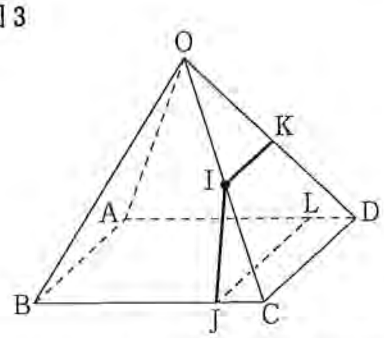
【赤坂さんが考えたルート】

右の図3は，図1において，辺OC上の点をI，点Iから辺BCに垂線を引き，辺BCとの交点をJ，点Iを通り辺CDに平行な直線と辺ODとの交点をK，点Jを通り辺CDに平行な直線を引き，辺ADとの交点をLとした場合を表している。

∠IJLの大きさを斜面の**傾斜角度**と呼ぶことにする。

点Jを出発し，線分JI，線分IKを通り，点Kに到着するJ→I→Kというルートを考える。

図3



赤坂さん：傾斜角度が45°のときが農業用モノレールがみかんを運搬できる最大の角度のようだよ。
永田さん：傾斜角度が45°で，BJ：JC＝3：1のとき，JI＋IKの長さは $\boxed{(5)}$ cmとなるね。
赤坂さん：頂点Bと点Iを結んだときのB→Iというルートの距離より，J→Iというルートの距離の方が短いけど，J→Iというルートがみかんを運搬できる最大の傾斜角度ということだね。

〔問1〕 次の(1)，(2)に答えよ。

(1) $\boxed{(1)}$ に当てはまる x の式として正しいものを次のア～エのうちから1つ選び，解答欄に書いてあるア～エの記号を○で囲め。

ア $\sqrt{100-\dfrac{x^2}{4}}$　　イ $\sqrt{100-\dfrac{x^2}{2}}$　　ウ $\sqrt{100-\dfrac{3}{4}x^2}$　　エ $\sqrt{100-x^2}$

(2) $\boxed{(2)}$ と $\boxed{(3)}$ に当てはまる言葉として最も適切な組み合わせを次のア～エのうちから1つ選び，解答欄に書いてあるア～エの記号を○で囲め。

	(2)	(3)
ア	x の値は小さく	y の値も小さく
イ	x の値は小さく	y の値は大きく
ウ	x の値は大きく	y の値は小さく
エ	x の値は大きく	y の値も大きく

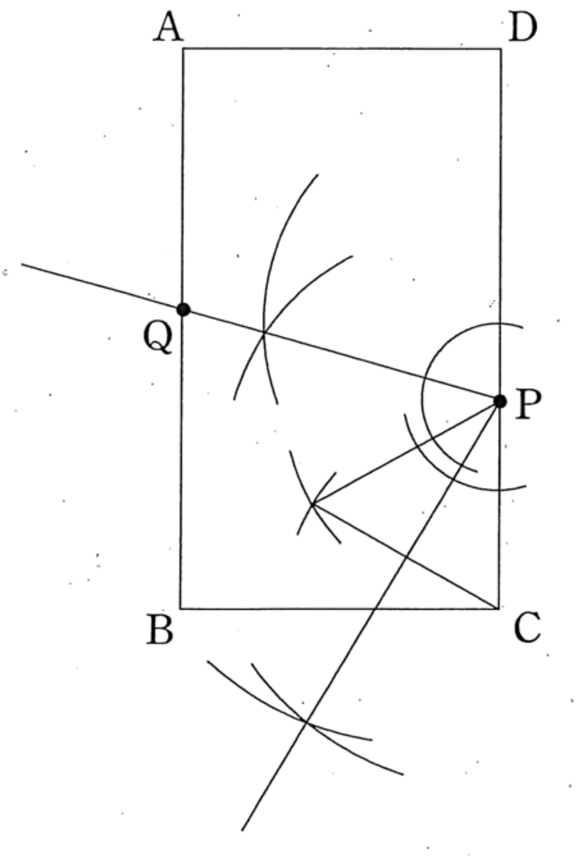
〔問2〕 $\boxed{(4)}$ に当てはまる数を答えよ。

〔問3〕 $\boxed{(5)}$ に当てはまる数を答えよ。

正　答　表

数　　　　学

1		点
〔問 1〕	$\dfrac{63}{10}$	5
〔問 2〕	$x=30,\ \ y=-20$	5
〔問 3〕	$\dfrac{7}{12}$	5
〔問 4〕	$5-5\sqrt{2}$	5
〔問 5〕 解答例		5



2			点
〔問 1〕	6		7
〔問 2〕 解答例	(1)	【途中の式や計算など】	10

条件より$P(-2,-2)$であるから$a=4$

よって$Q(4，1)$である。

点Rのx座標をtとすると$R(t，4)$と表せる。

$\triangle PQR$は$\angle PQR=90^\circ$の直角三角形であるから，

三平方の定理より，　$PR^2=PQ^2+RQ^2$ ……①

また，

$PQ^2=(4+2)^2+(1+2)^2=45$

$RQ^2=(4-t)^2+(1-4)^2$

$RQ^2=t^2-8t+25$

$PR^2=(t+2)^2+(4+2)^2$

$PR^2=t^2+4t+40$ ……②

であるから，これらを①に代入して，

$t^2+4t+40=t^2-8t+25+45$

これを解くと，　$t=\dfrac{5}{2}$

これを②に代入して，$PR>0$ より

$PR=\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+4\left(\dfrac{5}{2}\right)+40}=\dfrac{15}{2}$

（答え）　$\dfrac{15}{2}$ cm

〔問 2〕	(2)	$\dfrac{37}{4}$	8

3			点
〔問 1〕		84　度	7
〔問 2〕解答例	(1)	【証明】	10

△AHDと△FIGにおいて，
直径に対する円周角は90°であるから，
$\angle ADH = 90^\circ$ …①
線分CFは線分DEの垂線であるから，
$\angle AFC = 90^\circ$ …②
①,②より，$\angle ADH = \angle AFC = 90^\circ$　で
同位角が等しいから，$DB \parallel FC$…③

③で平行線の同位角は等しいから，
$\angle DHA = \angle GIF$…④

③で平行線の錯角は等しいから，
$\angle DBG = \angle GFI$…⑤

$\overset{\frown}{DG}$の円周角は等しいから，
$\angle DAG = \angle DBG$ …⑥
⑤,⑥より，$\angle DAH = \angle GFI$ …⑦

④,⑦より，2組の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle AHD \backsim \triangle FIG$

〔問 2〕	(2)	$2ab + 3$	8

4			点
〔問 1〕	(1)	ア　イ　ウ　エ	5
	(2)	ア　イ　ウ　エ	5
〔問 2〕		6	7
〔問 3〕		$\dfrac{5(\sqrt{6}+2\sqrt{3})}{3}$	8