数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは午前11時00分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙にＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

5　答えに根号が含まれるときは，根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　答えに分数が含まれるときは，それ以上約分できない形で表しなさい。

7　答えは，解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。

8　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

9　受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，その数字の ⬭ の中を正確に塗りつぶしなさい。

10　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 連立方程式 $\begin{cases} 0.1x-\dfrac{1}{5}y=3\sqrt{3} \\ \dfrac{1}{5}x-0.1y=6 \end{cases}$ の解を $x=a$, $y=b$ とするとき，

a^2-b^2 の値を求めよ。

〔問2〕 x を整数とする。

x に2をたした数と x から2をひいた数の積を $\dfrac{1}{3}$ 倍した数が，
x から3をひいて2で割った数に等しくなるとき，x を求めよ。

〔問3〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

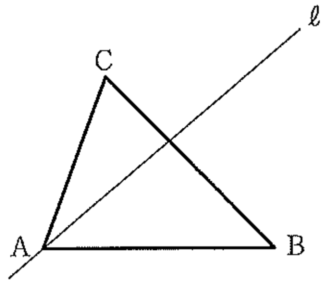
大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，
$\sqrt{\dfrac{48}{2a+b}}$ が自然数となる確率を求めよ。

ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも
同様に確からしいものとする。

〔問4〕 右の図のように，△ABCと，△ABCの頂点Aを通る
直線 ℓ がある。

解答欄に示した図をもとにして，直線 ℓ 上にあり，
∠ACB＝∠APBとなる点Pを，定規とコンパスを用いて
作図によって求め，点Pの位置を示す文字Pも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



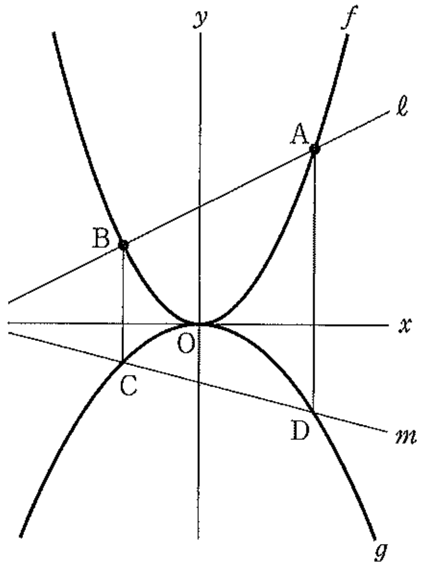
2 右の図で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフ，
曲線 g は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

曲線 f 上にあり，x 座標が a（$a>1$）である点をA，
曲線 f 上にあり，x 座標が -1 である点をBとする。

点Bを通り y 軸に平行な直線を引き，曲線 g との交点をC，
点Aを通り y 軸に平行な直線を引き，曲線 g との交点をDとする。

2点A，Bを通る直線を ℓ，2点C，Dを通る直線を m とする。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 点Bと点Dを結んだ場合を考える。
△ABDの面積と△BCDの面積の比が3：2のとき，a の値を求めよ。

〔問2〕 直線 ℓ の傾きが1である場合を考える。

次の(1), (2)に答えよ。

(1) 四角形ABCDの内部および周上にある点で，x 座標と y 座標がともに整数である点の個数は何個か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

(2) 曲線 f 上にある点をTとした場合を考える。

△TABと四角形ABCDの面積が等しくなる点Tは2つある。

この2点を結ぶ直線の式を求めよ。

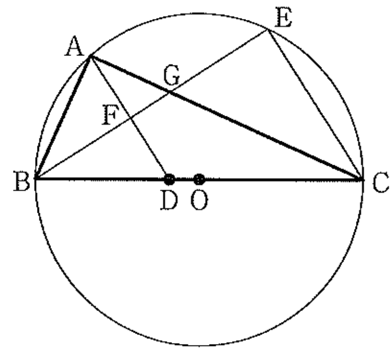
3 右の図で，点Oは，BC = 12 cm である △ABC の 3 つの頂点を通る円の中心で，辺 BC 上にある。

辺 BC 上にあり，BA = BD となる点を D とし，頂点 A と点 D を結ぶ。

頂点 C を通り線分 AD に平行な直線を引き，円 O との交点のうち頂点 C とは異なる点を E とし，頂点 B と点 E を結ぶ。

線分 AD と線分 BE，辺 AC と線分 BE との交点をそれぞれ F，G とする。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕 △BDF ∽ △CGE であることを証明せよ。

〔問2〕 線分 AD を D の方向に延ばした直線と円 O との交点を H とした場合を考える。

$\angle \mathrm{CDH} = 56°$ のとき，頂点 A を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{CH}}$ の長さは何 cm か。

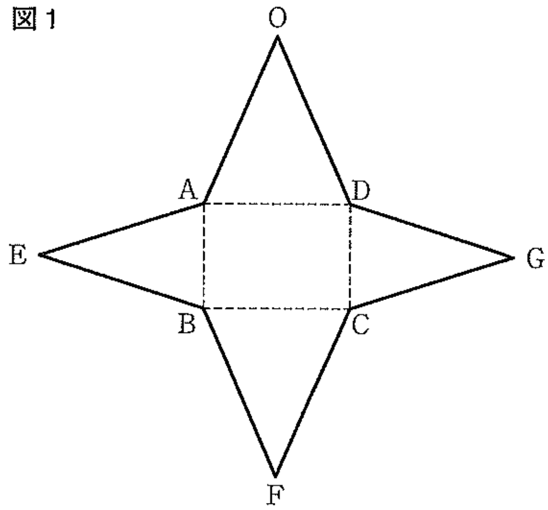
ただし，円周率は π とする。

〔問3〕 $\mathrm{AB} = 4$ cm のとき，線分 CE の長さは何 cm か。

4 右の**図１**は，四角形ABCDを底面とする立体O－ABCDの展開図の１つであり，線分AB，線分BC，線分CD，線分DAをそれぞれ折り目として，立体O－ABCDを組み立てたとき，頂点E，頂点F，頂点Gは頂点Oに一致する点である。

次の各問に答えよ。

図１



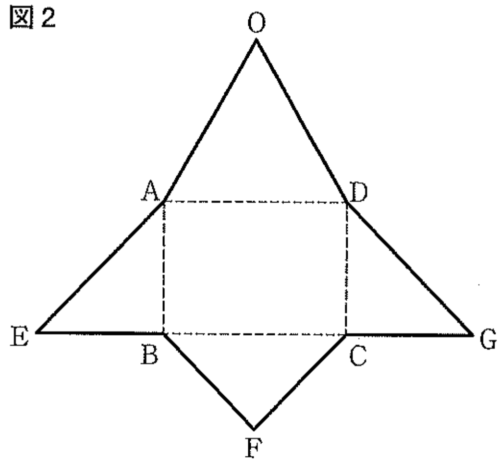
〔問１〕 右の**図２**は，**図１**において，

四角形ABCDは長方形，

OA＝OD＝AD＝$2\sqrt{3}$ cmの場合を表している。

図２の展開図を組み立ててできた立体O－ABCDにおいて，OB＝OC＝AB＝$\sqrt{6}$ cmのとき，立体O－ABCDの体積は何cm^3か。

図２



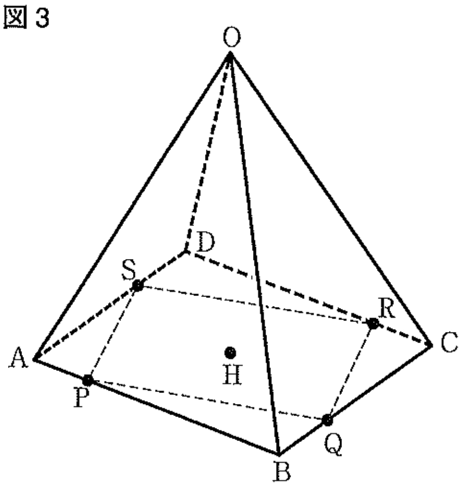
〔問2〕 右の**図3**は，**図1**の展開図を組み立ててできた立体O－ABCDにおいて，四角形ABCDが1辺の長さがa cm（$0<a\leqq 2\sqrt{3}$）の正方形で，OA＝OB＝OC＝ODの正四角すいである。

四角形ABCDにおいて，対角線ACと対角線BDとの交点をHとし，辺AB，辺BC，辺CD，辺DA上にあり，AP＝BQ＝CR＝DS＝t cm（$0<t\leqq \frac{a}{2}$）となる点をそれぞれP，Q，R，Sとし，点Pと点Q，点Qと点R，点Rと点S，点Sと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。

頂点Oと点Hを結んだ場合を考える。

OH＝3 cmのとき，次の(1)，(2)に答えよ。

図3



(1) $a=2$のとき，頂点Oと点P，頂点Oと点Q，頂点Oと点R，頂点Oと点Sをそれぞれ結んだ場合を考える。

立体O－ABCDの体積が立体O－PQRSの体積の$\frac{6}{5}$倍になるようなtの値を求めよ。

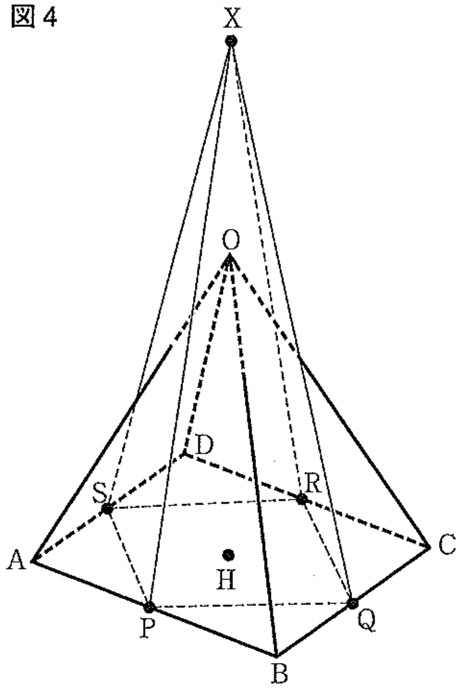
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

(2) 右の**図4**は，**図3**において，線分OHをOの方向へ延ばしてできる直線上にあり，頂点Oと一致しない点をXとし，点Xと点P，点Xと点Q，点Xと点R，点Xと点Sをそれぞれ結んだ場合を表している。

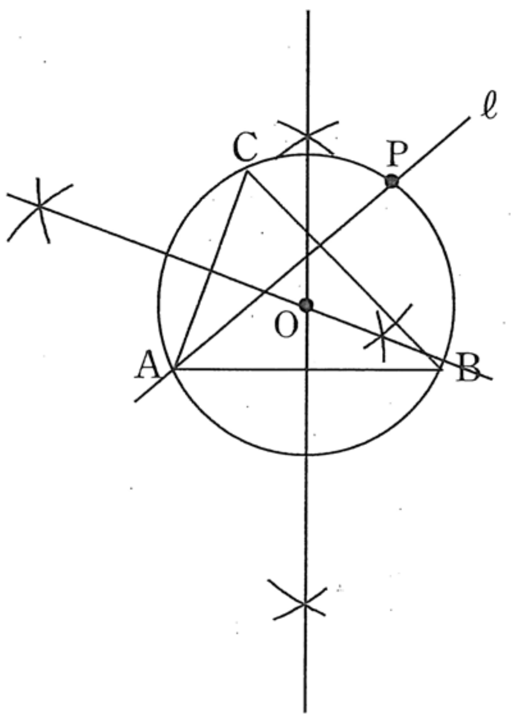
$a=2\sqrt{3}$，$t=\sqrt{3}$の場合を考える。

立体O－ABCDの体積と立体X－PQRSの体積が等しいとき，2つの立体が重なる部分の体積は何cm^3か。

図4



1		
〔問 1〕	300	6
〔問 2〕	1	6
〔問 3〕	$\frac{1}{9}$	6
〔問 4〕		7



2			
〔問 1〕	$\frac{\sqrt{6}}{2}$		6
〔問 2〕	(1)	【 途中の式や計算など 】	12

直線ℓの傾きが1で，B$(-1, 1)$より，直線ℓの式は，$y=x+2$

曲線fの式は，$y=x^2$

直線ℓと曲線fとの交点のx座標をtとする。

$t^2=t+2$を解くと，$t=-1, 2$

これより，A$(2, 4)$

また，2点C，Dの座標は，

$y=-\frac{1}{2}x^2$に代入すると，C$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$，D$(2, -2)$

このとき，直線mの傾きは，$-\frac{1}{2}$

直線mの切片をbとおく。

直線mは点Dを通ることから，$-2=-1+b$　ゆえに，$b=-1$

よって，直線mの式は，$y=-\frac{1}{2}x-1$

$x=-1$のとき，

点$(1, 1)$，点$(-1, 0)$の2個

$x=0$のとき，

点$(0, 2)$，点$(0, 1)$，点$(0, 0)$，点$(0, -1)$の4個

$x=1$のとき，

点$(1, 3)$，点$(1, 2)$，点$(1, 1)$，点$(1, 0)$，点$(1, -1)$の5個

$x=2$のとき，

点$(2, 4)$，点$(2, 3)$，点$(2, 2)$，点$(2, 1)$，点$(2, 0)$，

点$(2, -1)$，点$(2, -2)$の7個

よって，$2+4+5+7=18$（個）

（答え）　18　（個）

〔問 2〕	(2)	$y=x+\frac{19}{2}$	7

3

〔問 1〕 【 証 明 】 12

$\triangle$BDF と $\triangle$CGE において，
DF$/\!/$CE より，平行線の同位角は等しいから，
$\angle$BFD $=$ $\angle$CEG ……①
線分 BC は円 O の直径であるから，
$\angle$CEG $= 90°$
$\triangle$ABD は BA $=$ BD の二等辺三角形で，
$\angle$BFD $=$ $\angle$CEG $= 90°$ であるから，
$\angle$ABF $=$ $\angle$DBF ……②
$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ に対する円周角は等しいから，
$\angle$ABF $=$ $\angle$GCE ……③
②，③より，$\angle$DBF $=$ $\angle$GCE ……④
①，④より，2 組の角がそれぞれ等しいから，
$\triangle$BDF $\backsim$ $\triangle$CGE

〔問 2〕 $\dfrac{34}{15}\pi$ cm 6

〔問 3〕 $4\sqrt{3}$ cm 7

4

〔問 1〕 $2\sqrt{6}$ cm³ 8

〔問 2〕 (1) 【 途中の式や計算など 】 10

立体 O − ABCD の体積を V cm³，
立体 O − PQRS の体積を W cm³ とする。

$$V=\frac{1}{3}\times2^2\times3=4$$

四角形PQRS の面積は，

$$2^2-4\times\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}t(2-t)\right\}=2t^2-4t+4$$

よって，$W=\dfrac{1}{3}(2t^2-4t+4)\times3=2t^2-4t+4$

$W=\dfrac{5}{6}V$ より，

$$2t^2-4t+4=\frac{5}{6}\times4$$

$$3t^2-6t+1=0$$

これを解くと，

$$t=\frac{6\pm\sqrt{36-12}}{6}$$

$$=\frac{6\pm2\sqrt{6}}{6}$$

$$=1\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$a=2$ のとき，$0<t\leqq1$ であるから，

$$t=1-\frac{\sqrt{6}}{3}$$

（答え） $1-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

〔問 2〕 (2) 8 cm³ 7