

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むはいけません。
- 4 計算が必要なときは、この問題用紙の余白を利用下さい。
- 5 解答は全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出下さい。
- 6 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表して下さい。また、根号の中を最も小さい自然数に下さい。
- 7 答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書き下さい。
- 8 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書き下さい。
- 9 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶして下さい。
- 10 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

[問1] $(\sqrt{6} + \sqrt{3} - 2) \div \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{3}}$ を計算せよ。

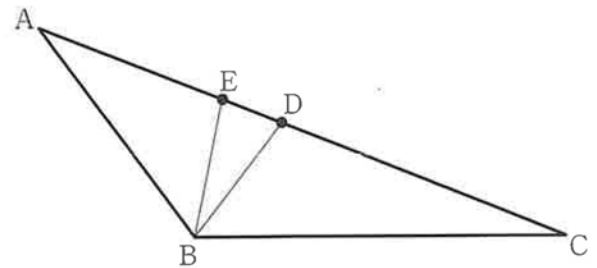
[問2] 連立方程式 $\begin{cases} \frac{3x+5y}{6} + \frac{3x-5y}{3} = 1 \\ 3(3x+5y) + 2(3x-5y) = 6 \end{cases}$ を解け。

[問3] 1 から 6 までの目が出る大中小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。
3 つのさいころの出た目の数の積が素数である目の出方は何通りあるか。

[問4] 右の図1で、 $\triangle ABC$ の辺 AC 上の
2 点 D, E は、それぞれ $AB = AD$,
 $CB = CE$ となる点である。
頂点 B と点 D , 頂点 B と点 E を
それぞれ結ぶ。

$\angle DBE = 27^\circ$ のとき,
 $\angle ABC$ の大きさは何度か。

図1



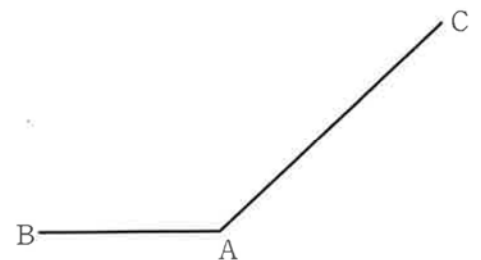
[問5] 右の図2のように,

線分 AB と線分 AC があり, $AB < AC$ である。

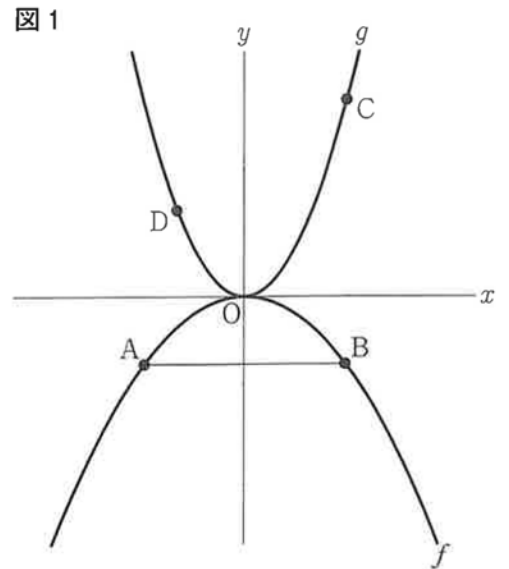
解答欄に示した図をもとにして,
直線 AB に対して点 C と同じ側にあり,
 $AP = AB$, $AP \perp CP$ となる点 P を,
定規とコンパスを用いて作図によって求め,
点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし, 作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



2 右の図1で、点Oは原点、
 曲線 f は関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフ、
 曲線 g は関数 $y = ax^2$ ($a > \frac{1}{2}$)のグラフを表している。
 点Aと点Bはともに曲線 f 上にあり、
 点Aの x 座標は負の数で、点Aと点Bは y 軸について
 対称である。
 点Cと点Dはともに曲線 g 上にあり、
 点Cの x 座標は点Bの x 座標と等しく、
 点Dの x 座標は負の数である。
 点Aと点Bを結ぶ。
 原点から点(1, 0)までの距離、および原点から
 点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cmとして、
 次の各問に答えよ。



[問1] 図1において、点Bと点C、点Cと点D、点Dと点Aをそれぞれ結んだ場合を考える。

$a = 2$ 、四角形ABCDが正方形となるとき、点Cの座標を求めよ。

[問2] 図1において、 $AB = 8$ cm、2点A, Cを通る直線と x 軸との交点の x 座標が -1 のとき、

a の値を求めよ。

〔問3〕 右の図2は、図1において、

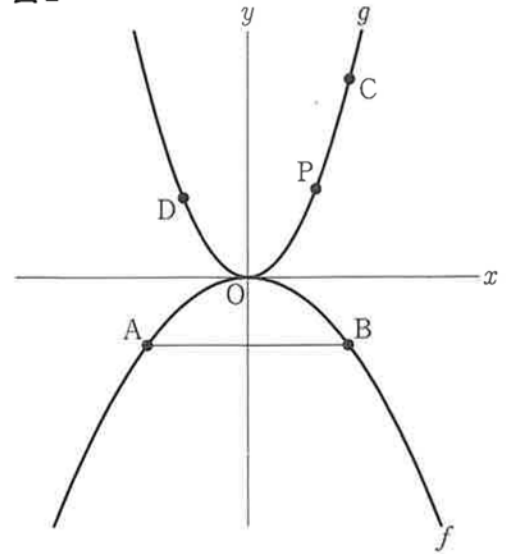
点Dの座標を $(-1, \frac{3}{2})$ とした場合を表している。

曲線g上にあり、点Dから点Cまで移動する点をPとし、点Aと点P、点Bと点Pをそれぞれ結んだ場合を考える。

$\triangle ABP$ の面積を $S \text{ cm}^2$ とする。

2点C、Dを通る直線の傾きが $\frac{3}{2}$ のとき、 S のとりうる値の範囲を求めよ。

図2



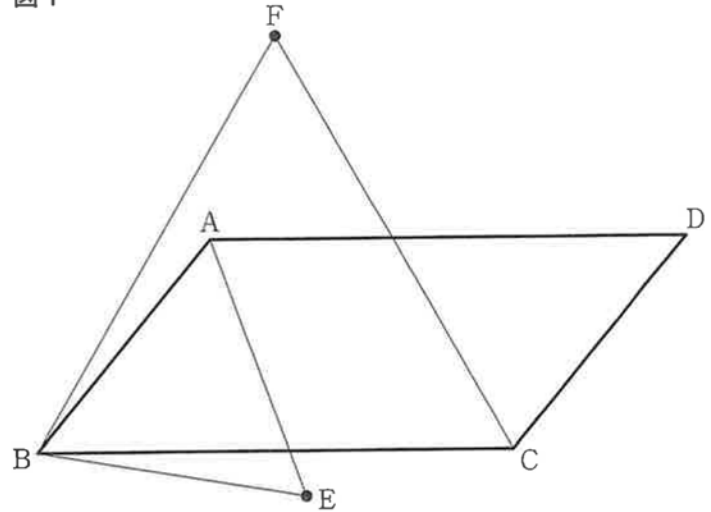
3 下の図1で、四角形 ABCD は $AB < BC$, $\angle ABC$ が鋭角の平行四辺形である。

点 E は、辺 AB について、2 点 C, D と同じ側にあり、 $AB = BE = EA$ である点とする。

点 F は、辺 BC について、2 点 A, D と同じ側にあり、 $BC = CF = FB$ である点とする。

次の各問に答えよ。

図 1



[問1] 図1において、 $\angle ABC < 60^\circ$ のとき、頂点 A と点 F, 頂点 C と点 E をそれぞれ結んだ場合を考える。

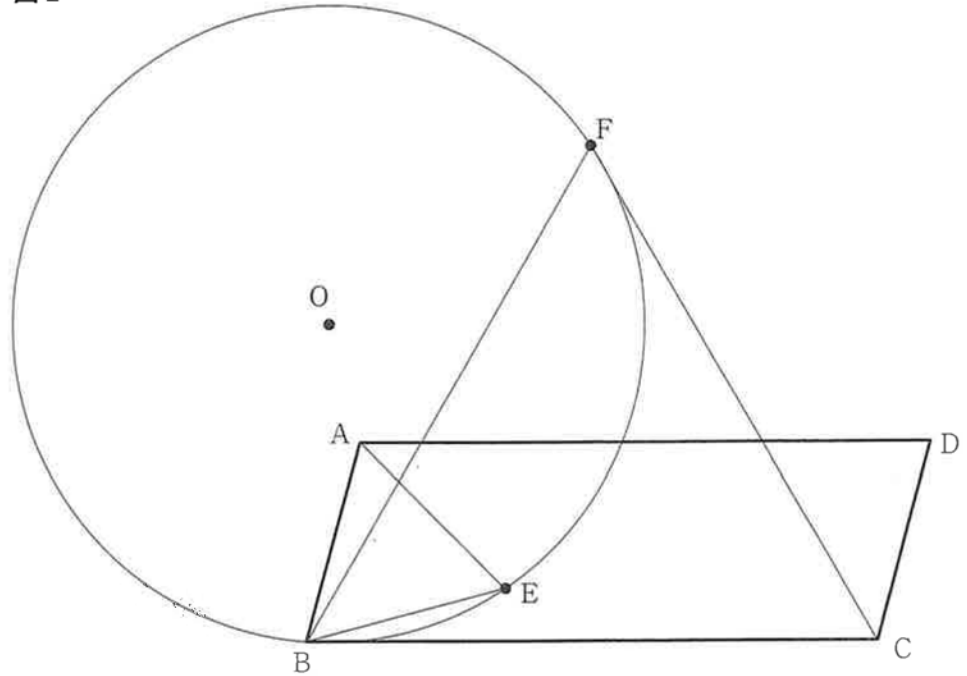
$\triangle ABF \equiv \triangle EBC$ であることを証明せよ。

[問2] 図1において、 $\angle ABC = 60^\circ$ のとき、点 E は辺 BC 上にあり、点 E と点 F を結んだ場合を考える。

$BE = 3 \text{ cm}$, $CE = 2 \text{ cm}$ のとき、 $\triangle AEF$ の面積は何 cm^2 か。

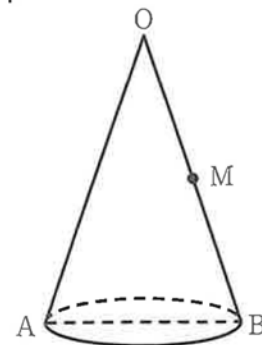
〔問3〕 下の図2は、図1において、 $\angle ABC = 75^\circ$ のとき、
 3点B, E, Fを通る円の中心をOとした場合を表している。
 $AB = 3\text{ cm}$, $BC = 6\sqrt{2}\text{ cm}$ のとき、円Oの半径は何cmか。

図2



- 4 右の図1に示した立体は、線分 AB を直径とする円を底面とし、
 頂点を O とする円すいである。
 母線 OB の中点を M とする。
 次の各問に答えよ。

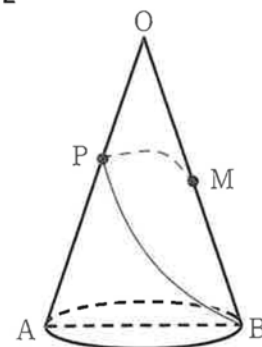
図1



- [問1] 図1において、 $OA = 13\text{ cm}$ 、 $AB = 10\text{ cm}$ のとき、
 円すいの体積は何 cm^3 か。
 ただし、円周率は π とする。

- [問2] 右の図2は、図1において、母線 OA 上にある点を P とし、
 点 M から母線 OA 上の点 P を経由して点 B までひもを
 かけた場合を表している。
 $OA = 18\text{ cm}$ 、 $AB = 12\text{ cm}$ 、
 ひもの長さが最も短くなる時、次の (1)、(2) に答えよ。
 ただし、ひもの太さや伸び縮みは考えないものとする。

図2



(1) ひもの長さは何 cm か。

- (2) ひもの長さを 2 等分する点を Q とし、点 Q から円すいの底面に垂線を引き、
 底面との交点を H とした場合を考える。
 線分 QH の長さは何 cm か。

〔問3〕 右の図3に示した容器X, 容器Yは,

図1の円すいを点Mを通る底面に平行な平面で2つの立体に分け、
点Oを含む立体を逆さにしたものと同一形の容器を容器Xとし、
線分ABを含む立体と同一形で、

ABを直径とする円が底である容器を容器Yとしたものである。

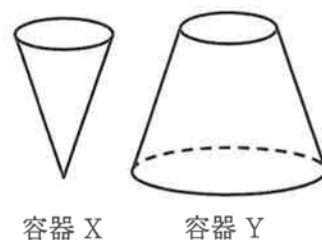
容器Yは水平な台の上に置いてあり、容器Xの底面は水平な台と
平行であり、容器の厚みは考えないものとする。

容器Xいっぱいに入水をいれ、その水をすべて容器Yに移すこと
を繰り返す。

容器Yの底の面から水面までの高さが初めて容器Yの高さの
半分を超えるのは、水を何回移したときか。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、
途中の式や計算なども書け。

図3



No.1

1		配点	2		配点
〔問 1〕	$2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$	問1 5	〔問 1〕	$\left(\frac{4}{5}, \frac{32}{25} \right)$	問1 8
〔問 2〕	$x = \frac{1}{2}, y = -\frac{3}{10}$	問2 5	〔問 2〕	$a = \frac{5}{6}$	問2(1) 8
〔問 3〕	9 通り	問3 5	〔問 3〕	$4 \leq S \leq 16$	問2(2) 9
〔問 4〕	126 度	問4 5			
〔問 5〕		問5 5			

No.2

3		配点	4		配点	
[問 1]	【 証 明 】	10	[問 1]	100π cm ³	6	
<p>△ABFと△EBCにおいて、 仮定より、 $AB = EB \dots \textcircled{1}$ $BF = BC \dots \textcircled{2}$ また、$BC = CF = FB$, $AB = BE = EA$ より、 △BCFと△ABEはともに正三角形であるから、 $\angle FBC = 60^\circ$, $\angle EBA = 60^\circ$ したがって、 $\angle ABF = \angle FBC - \angle ABC = 60^\circ - \angle ABC$ $\angle EBC = \angle EBA - \angle ABC = 60^\circ - \angle ABC$ よって、 $\angle ABF = \angle EBC \dots \textcircled{3}$ ①～③より、 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle ABF \equiv \triangle EBC$ [証明終了]</p>			問1	(1)	$9\sqrt{7}$ cm	6
			[問 2]	(2)	$12\sqrt{2} - 3\sqrt{6}$ cm	6
			[問 3]	【 途中の式や計算など 】		7
			<p>図1の円すいをCとし、 CをOM、MBの中点を通り、 底面に平行な平面で分けたときの 上側の円すいをそれぞれD、Eとする。 4つの円すいD、X、E、Cは相似であり、 相似比は1:2:3:4であるから、 体積比は1:8:27:64である。 よって、 容器Yの半分の高さまでに必要な水の量は、 円すいDの体積の $64 - 27 = 37$ 倍 これは容器Xの容積の $\frac{37}{8} = 4.625$ 倍だから、 容器Xの水を5回移すと 初めて容器Yの水面が半分の高さを超える。</p>			
			(参考図)			
[問 2]	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm ²	8	(答え) 5 回			
[問 3]	$\frac{3\sqrt{10}}{2}$ cm	7				