

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は50分で、終わりは午前11時00分です。
- 3 声を出して読むはいけません。
- 4 解答は全て解答用紙にHB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは全て解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 連立方程式
$$\begin{cases} 0.5x + 0.7(x - 4y) = 2 \\ \frac{x - 3y}{5} + y = 1 \end{cases}$$
 を解け。

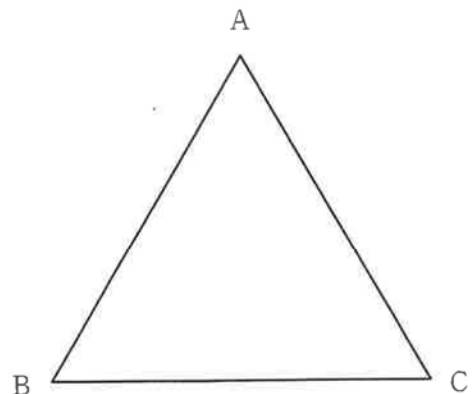
〔問2〕 $a = 2\sqrt{2} + \sqrt{7}$, $b = 2\sqrt{2} - \sqrt{7}$ のとき, $2a^2 - 3ab + 2b^2$ の値を求めよ。

〔問3〕 二次方程式 $3x^2 + 10x + 6 = 0$ の2つの解の積が, x についての二次方程式 $4x^2 - 3ax - a^2 = 0$ の解の1つになるとき, a の値をすべて求めよ。

〔問4〕 1から5までの数字が1つずつ書かれた5枚のカード, ①, ②, ③, ④, ⑤が入った箱がある。
この箱からカードを1枚ずつ順番に2枚取り出す。ただし, 1枚目に取り出したカードは元に戻さないこととする。1枚目に取り出したカードの数を十の位, 2枚目に取り出したカードの数を一の位として, 2桁の整数をつくる。
このとき, 2桁の整数が素数になる確率を求めよ。ただし, どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 ある中学校の定期健康診断において, 3年生の男子生徒80人の身長の実平均値が169.1 cmであった。しかし数日後, 80人のうち, 生徒Aのデータが入力に誤りがあることがわかった。生徒Aの身長が161.7 cmと入力されていたが, 正しくは169.7 cmであった。
3年生の男子生徒80人の身長の正しい平均値を求めよ。

〔問6〕 右の図のように正三角形ABCがある。
辺BC上に頂点B, 頂点Cのいずれとも異なり,
 $\angle APB = 75^\circ$ となる点Pを, 定規とコンパスを用いて
作図し, 点Pの位置を示す文字Pもかけ。
ただし, 作図に用いた線は消さないでおくこと。



2

太郎さんは、学校の数学の授業で、コンピュータを使いながら関数のグラフの性質について学習をした。

太郎さんは、値 a (ただし、 $a \neq 0$, $a \neq \pm 1$ とする) を用いて、次の式で表されるグラフをコンピュータで表示させている。

$$l : y = ax$$

$$m : y = \frac{1}{a}x$$

$$f : y = ax^2$$

$$g : y = \frac{1}{a}x^2$$

右の図1は、例として、太郎さんが a をある正の数に設定したときのコンピュータの画面を表している。

また、点 O は原点である。

直線 l と曲線 f の点 O と異なる交点を A ,

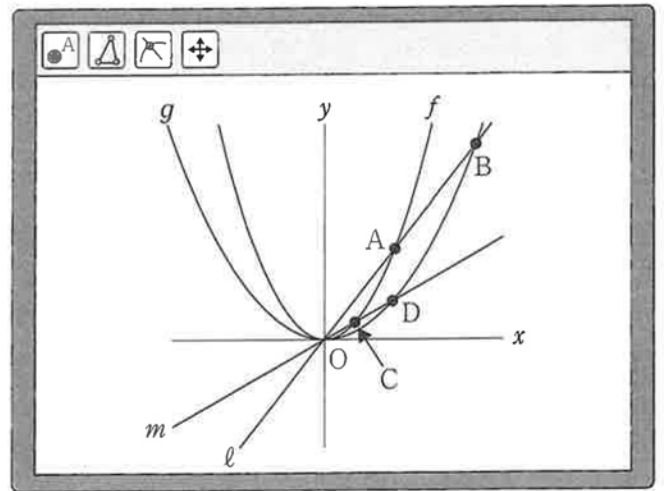
直線 l と曲線 g の点 O と異なる交点を B ,

直線 m と曲線 f の点 O と異なる交点を C ,

直線 m と曲線 g の点 O と異なる交点を D とする。

点 O から点 $(1, 0)$ までの距離、および点 O から点 $(0, 1)$ までの距離をそれぞれ 1 cm として、次の各問に答えよ。

図1



[問1] 太郎さんは、 a の値を変えたときのグラフの様子を調べている。その中で気が付いたことについて、以下の文にまとめた。

(1)から(5)までのそれぞれの文について、正しい場合には「○」、誤っている場合には「×」をかけ。

- (1) a が正負のいろいろな値をとっても、直線 l 、直線 m のグラフは右上がりの直線になる。
- (2) a の値が 1 より大きいと、直線 l のグラフの傾きよりも直線 m のグラフの傾きの方が小さくなる。
- (3) a の値が正か負かによって、曲線 f 、曲線 g のグラフの線対称の軸が変わる。
- (4) $a = -3$ として、 x の値が -2 から -1 まで変化するときの変化の割合は、曲線 f のグラフよりも曲線 g のグラフの方が大きい。
- (5) $y = 2$ に対応する曲線 f 、曲線 g のグラフ上の点の正の x 座標の差は、 $a = 2$ のときよりも $a = 8$ のときの方が大きい。

[問2] 太郎さんはグラフの様子を調べている中で、 a の値が変化しても、点Aと点Dの x 座標が常に1になることに気が付いた。

このことに着目すると、点Aと点Dを結んでできる $\triangle OAD$ を x 軸のまわりに一回転させてできる立体の体積 V を求めることができるのではないかと考えた。

$a=2$ のとき、体積 V は何 cm^3 か。

ただし、円周率は π とする。

[問3] 右の図2は、図1において、太郎さんが新たに定数 b を追加し、

$$n: y = ax + b$$

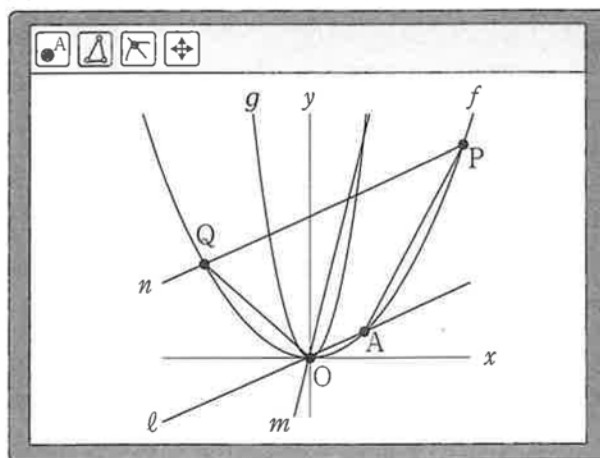
のグラフを表示させたコンピュータの画面を表している。

$a = \frac{1}{3}$ のとき、曲線 f と直線 n の交点を

それぞれ P 、 Q とし、点 A の x 座標は1、点 P の x 座標は3、点 Q の x 座標は -2 であり、点 O と点 Q 、点 A と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

b の値を求めよ。また、四角形 $OAPQ$ の面積は何 cm^2 か。

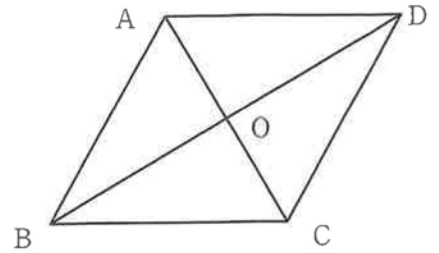
図2



3

右の図1で、四角形 ABCD は、1 辺が 17 cm のひし形である。
 頂点 A と頂点 C、頂点 B と頂点 D を結び、線分 AC と線分 BD との
 交点を O とする。
 次の各問に答えよ。

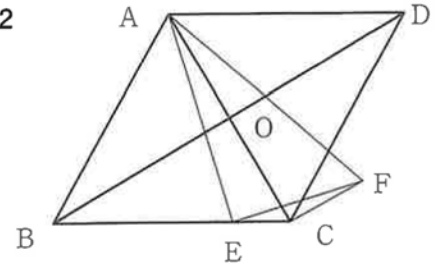
図 1



[問 1] 線分 BD の長さが 30 cm のとき、四角形 ABCD の
 面積は何 cm^2 か。

[問 2] 右の図 2 は、図 1 において、 $AC = 17 \text{ cm}$ 、
 辺 BC 上にあり、頂点 B、頂点 C のいずれにも一致しない
 点を E ($BE > CE$) とし、頂点 A と点 E を結び、点 E を通り
 線分 AE に垂直な直線と、頂点 C を通り線分 AC に
 垂直な直線との交点を F とした場合を表している。
 頂点 A と点 F を結ぶ。
 次の(1)、(2)に答えよ。

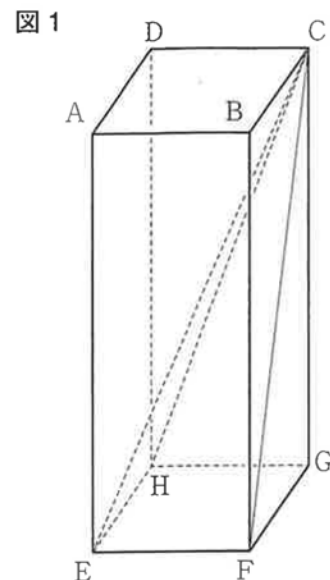
図 2



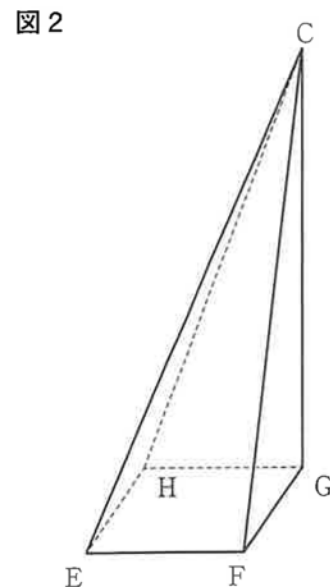
(1) $\triangle BOC \sim \triangle AEF$ であることを証明せよ。

(2) $CE = 4 \text{ cm}$ であるとき、 $\triangle AEF$ の面積は何 cm^2 か。

- 4 右の図1に示した立体 $ABCD-EFGH$ は、 $AB=BC=2\text{ cm}$ 、 $AE=6\text{ cm}$ の直方体である。
 頂点 C と頂点 E 、頂点 C と頂点 F 、頂点 C と頂点 H をそれぞれ結ぶ。
 次の各問に答えよ。



- [問1] 右の図2は、図1において、立体 $ABCD-EFGH$ を頂点 C と辺 EF を含む平面と、頂点 C と辺 EH を含む平面で分けたとき、頂点 G を含む立体 $C-EFGH$ を表している。



面 CFG を正面としたとき、立体 $C-EFGH$ の投影図として正しいものを、次の選択肢ア～エから1つ選び、記号で答えよ。
 また、立体 $C-EFGH$ の体積は何 cm^3 か。

ア (立面図)	イ (立面図)	ウ (立面図)	エ (立面図)
(平面図)	(平面図)	(平面図)	(平面図)

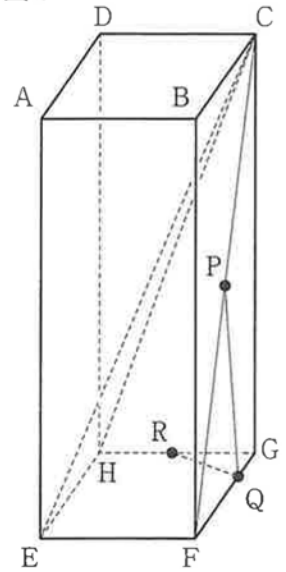
〔問2〕 右の図3は、図1において、線分CFの中点をP、辺FG上にある点をQ、辺GHの中点をRとし、点Pと点Q、点Qと点Rをそれぞれ結んだ場合を表している。

$PQ + QR = \ell$ cm とする。

ℓ の値が最も小さくなる時、 ℓ の値を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程がわかるように、途中の式や計算、図などもかけ。

図3

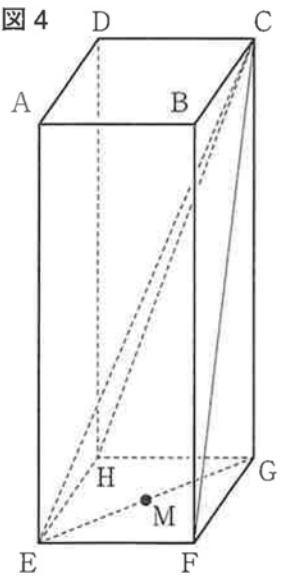


〔問3〕 右の図4は、図1において、頂点Eと頂点Gを結び、線分EGの中点をMとした場合を表している。

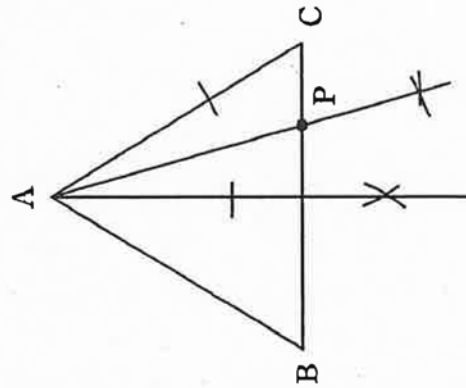
頂点Cと点Mを結び、線分CMをMの方向に延ばした直線に対して、頂点Eから垂線を引いてできた交点をNとした場合を考える。

線分ENの長さは何cmか。

図4



1		問1	5
(問1)	$x = \frac{45}{13}, y = \frac{10}{13}$	問2	5
(問2)	57	問3	6
(問3)	-8, 2	問4	6
(問4)	$\frac{3}{10}$	問5	6
(問5)	169.2 cm	問6	6



2		問1(1)	2
(1)	X	問1(2)	2
(2)	O	問1(3)	2
(3)	X	問1(4)	2
(4)	X	問1(5)	2
(5)	O	問2	4
(問2)	$\frac{5}{4}\pi \text{ cm}^3$	問3	4
(問3)	$b = 2$	問3	4
(問3)	6 cm^2		

3		問1	6
(問1)	240 cm^2	問2(1)	9
(問2)(1)	【証明】	問2(2)	7
<p>$\triangle BOC$ と $\triangle AEF$ において、 ひし形の対角線は直交するので、 $\angle BOC = 90^\circ$ したがって、 $\angle BOC = \angle AEF \dots \textcircled{1}$ また点 E, 点 C は線分 AF に対して同じ側にあり、 $\angle AEF = \angle ACF$ であるから、 4点 A, E, C, F は 1 つの円周上にある。 この円の \widehat{AE} に対する円周角は等しいから、 $\angle ACE = \angle AFE$ したがって、$\angle BCO = \angle AFE \dots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle BOC \sim \triangle AEF$</p>			
(問2)(2)	$\frac{79\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$		

4		問1	4
(問1)	イ	問1	4
(問2)	8 cm^3	問2	9
<p>【途中の式や計算、図など】</p> <p>右下のような図面を考える。 $l = PQ + QR$ の値が最も小さくなるのは点 P と点 R を結び、線分 PR と l の交点を Q としたときである。 このとき、$l = PQ + QR = PR$ である。</p> <p>点 F から辺 FC と平行で、辺 OC に対する垂線を引き交点を S とする。 点 R は BC の中点だから $CR : PR = 1 : 1$ $PS \parallel FC$ より $CP : PR = CS : SG = 1 : 1$ $SG = \frac{6}{2} = 3$ よって、点 S は l の中点だから、中点連結定理より、 $PS = \frac{1}{2} FC = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ $RS = RG + GS = 1 + 1 = 4$ $\triangle RPS$ において、三平方の定理より、 $PR^2 = RS^2 + PS^2 = 4^2 + 1^2 = 17$ $PR = \sqrt{17}$ したがって、l の長さは $\sqrt{17} \text{ cm}$</p>			
(問3)	$\frac{6\sqrt{19}}{19} \text{ cm}$	問3	5
<p>(答え) $l = \sqrt{17}$</p>			