

検査3

時間：50分

〔注意事項〕

1. 指示があるまで始めてはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙の該当する欄に、正確に記入しなさい。
 - (1) 解答用紙の「受付番号」記入欄に、受付番号を正確に記入すること。
 - (2) 文字・数字・記号とも、丁寧に記入すること。
 - (3) 解答用紙には「受付番号」と「解答」以外を記入しないこと。
 - (4) 解答については次の指示に従うこと。
 - ① 答えの分数が約分できるときは、約分すること。
 - ② 答えが $\sqrt{\quad}$ のある数になるときは、 $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さな正の整数にすること。
 - ③ 答えの分母が $\sqrt{\quad}$ のある数になるときは、分母を有理化すること。
 - ④ 円周率は π とすること。
3. 計算や下書きをする場合は、問題用紙の余白を利用しなさい。
4. 計算機能や翻訳・端末機能のある時計・スマートウォッチなどの機器は使用できません。
5. 問題用紙や解答用紙に、印刷が不鮮明なところや汚れがある場合は、手を挙げなさい。
6. 問題の内容に関する質問には答えません。
7. 途中退室はできません。

【1】 次の問いに答えなさい。

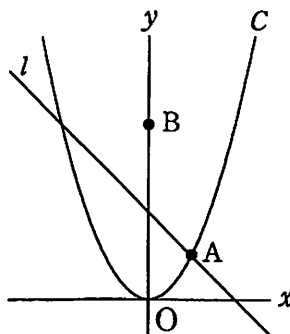
(1) x, y は、連立方程式 $\begin{cases} 4x-3y=\sqrt{7}+\sqrt{5} \\ 3x-4y=\sqrt{5}-\sqrt{7} \end{cases}$ の解である。 x^2-y^2 の値を求めなさい。

(2) (i) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を展開しなさい。

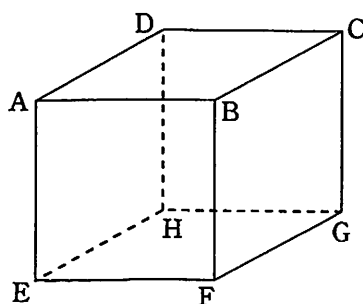
(ii) $64x^3+y^3+8z^3-24xyz$ を因数分解しなさい。

(3) $\sqrt{202-6n}$ が整数となるような自然数 n の個数を求めなさい。

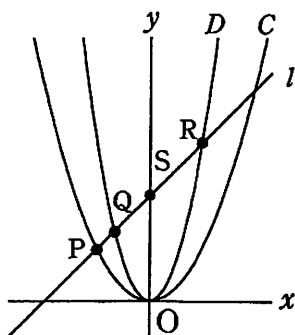
- (4) 図のように、点 O は原点、曲線 C は関数 $y=x^2$ 、直線 l は関数 $y=-x+2$ のグラフを表している。点 A を直線 l と曲線 C の交点のうち x 座標が正の点とし、また、点 B の座標を $(0, 4)$ とする。さらに、四角形 $OABD$ が平行四辺形になるように点 D を座標平面上にとる。四角形 $OABD$ を、 y 軸を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。



- (5) 図のように、1 辺の長さが 3 の立方体 $ABCD-EFGH$ がある。また、線分 AE 上に点 S が、線分 CG 上に点 T があり、それぞれ $AS=\frac{9}{4}$ 、 $CT=\frac{9}{4}$ を満たしている。3 点 B, S, T を通る平面で立方体 $ABCD-EFGH$ を切断する。このとき、切り口の面積を求めなさい。



- 【2】 図のように、点 O は原点、曲線 C は関数 $y=ax^2$ 、曲線 D は関数 $y=3x^2$ のグラフを表している。ただし、 $0 < a < 3$ である。また、直線 l は傾きが 1 である。曲線 C と直線 l の2つの交点のうち、 x 座標が負の点を P とする。さらに、曲線 D と直線 l の2つの交点のうち、 x 座標が負の点を Q 、正の点を R とし、直線 l と y 軸の交点を S とする。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 点 Q は線分 PS の中点となり、また、点 Q の x 座標は -1 とする。このとき、 a の値を求めなさい。
- (2) $a=1$ であり、また、三角形 OQR と三角形 OPS の面積比が $5:3$ であるとする。このとき、直線 l の式を求めなさい。

- 【3】円周を5等分する点を時計回りの順にA, B, C, D, Eとする。立方体の各面に1, 3, 4, 5の目が書かれた面が1つずつ, 2の目が書かれた面が2つあるさいころ1個と, 小石1個を用いて, 以下のルールでゲームを行う。ただし, さいころの各面の出方は同様に確からしいものとする。

<ルール>

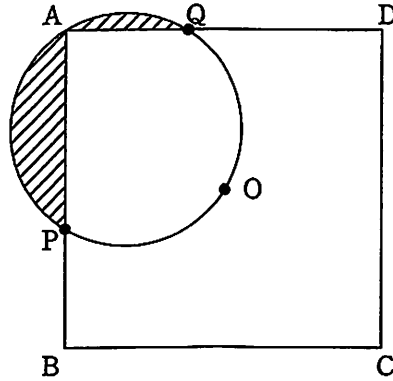
- ① ゲームの開始前, 点Aに小石を置く。
- ② さいころを投げ, 5つの点の上を出た目の数だけ小石を時計回りに進める。
- ③ 最初に小石がちょうど点Aに戻った後も, さいころは投げ続けるが, 出た目の数に関わらず, 点Aから小石は動かさないものとする。

例えば, ゲームの開始後, さいころを投げたときに3の目が出た場合, 点Aから点Dに小石を進める。続けてさいころを投げたときに4の目が出た場合, 点Dから点Cに小石を進める。また, ゲームの開始後, さいころを投げたときに2の目が出た場合, 点Aから点Cに小石を進める。続けてさいころを投げたときに3の目が出た場合, 小石は点Cからちょうど点Aに戻る。この後もさいころは投げ続けるが, 点Aから小石は動かさない。

このとき, 次の問いに答えなさい。

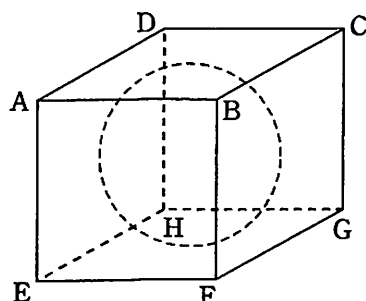
- (1) さいころを2回投げた後, 小石が点Eの位置にある確率を求めなさい。
- (2) さいころを3回投げた後, 小石が点Eの位置にある確率を求めなさい。

- 【4】 図のように、1辺の長さが8である正方形ABCDがあり、2本の対角線の交点をOとする。
 2点A, Oを通る円が線分ABと交わる点をP, 線分ADと交わる点をQとし、 $AP=5$ とする。
 このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 線分AQの長さを求めなさい。なお、解答欄には解答だけでなく、計算の過程や説明も記入しなさい。
- (2) 図における斜線部分の面積を求めなさい。

- 【5】 図のように、1辺の長さが1の立方体 $ABCD-EFGH$ がある。また、立方体の6つの面すべてに接する球を Q とする。このとき、次の問いに答えなさい。ただし、平面と球が接するとは、球の中心と平面の距離が、球の半径と一致していることを指す。



- (1) 球 Q の中心を O とする。また、線分 OA と球 Q の球面の交点を V とする。このとき、 VA の長さを求めなさい。
- (2) 線分 AB , AD , AE 上に、それぞれ $AJ=AK=AL=x$ を満たす3点 J , K , L をとる。3点 J , K , L を通る平面が球 Q と接しているとき、 x の値を求めなさい。
- (3) 線分 AB , AD , AE 上に、それぞれ $AS=AT=AU=\frac{4}{5}$ を満たす3点 S , T , U をとる。3点 S , T , U を通る平面で立方体 $ABCD-EFGH$ を切断したとき、球 Q の断面は円となる。この円の半径を求めなさい。

【6】2以上の自然数 n を、2つ以上の自然数の和の形にすることを分解と呼ぶ。例えば、3は $1+1+1$, $1+2$, $2+1$ と3通りの式に分解できる。 n を分解してできるそれぞれの式において、 $+$ をすべて \times に置き換えて計算した値のうち、最小のものを $A(n)$, 最大のものを $B(n)$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $A(n)$, $B(4)$ をそれぞれ求めなさい。
- (2) $B(12)$ を求めなさい。

問題はここまでである。

解答欄

【1】	(1)	
	(2)	(1)
		(II)
	(3)	個
	(4)	
	(5)	
【2】	(1)	$a =$
	(2)	
【3】	(1)	
	(2)	

学校使用欄

--	--

--

解答欄

【4】	(1)	(解答)	
		(計算の過程や説明)	
	(2)		
【5】	(1)		
	(2)	$x =$	
	(3)		
【6】	(1)	$A(n)$	$B(4)$
	(2)		

学校使用欄

--

受付番号							
------	--	--	--	--	--	--	--

--

■数学

【1】

(1) $\frac{4\sqrt{35}}{7}$

(2) (i) $a^3+b^3+c^3-3abc$

(ii) $(4x+y+2z)(16x^2+y^2+4z^2-4xy-2yz-8zx)$

(3) 5(個)

(4) $\frac{56}{27}\pi$

(5) $\frac{7\sqrt{34}}{4}$

【2】

(1) $(a=) \frac{1}{2}$

(2) $y=x+2$

【3】

(1) $\frac{7}{36}$

(2) $\frac{29}{216}$

【4】

(1) 3 (計算の過程や説明は省略)

(2) $\frac{17}{4}\pi - \frac{15}{2}$

【5】

(1) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

(2) $x = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$

(3) $\frac{\sqrt{78}}{30}$

【6】

(1) A(n) 1 B(4) 4 (2) 81