

1

自然数 a, b, c は, $a^2 + b^2 = c^2$ を満たしている。このとき, 以下の問いに答えよ。

(1) 次の (ア), (イ) を満たす自然数 x, y の値を求めよ。

(ア) $x^2 + 12^2 = 15^2$

(イ) $105^2 + 360^2 = y^2$

(2) a^2 を 3 で割った余りは, 0 または 1 である。

c が 3 の倍数であるときの a, b について述べた次の (カ)~(コ) のうち, 正しいものをすべて選び, その記号を答えよ。

(カ) a, b はどちらも 3 の倍数である。

(キ) a, b の少なくとも一方は 3 の倍数である。

(ク) a, b の一方のみ 3 の倍数である。

(ケ) a, b はどちらも 3 の倍数ではない。

(コ) (カ)~(ケ) のいずれでもない。

(3) $c = 45$ のときの a, b の値を求めよ。ただし, $a \leq b$ とする。

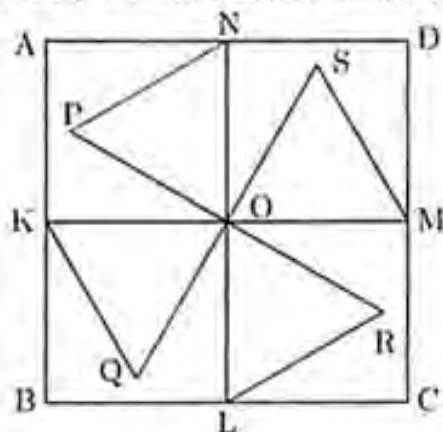
(4) $a = 45$ のときの b, c の値の組は,

$$(b, c) = (1012, 1013), (336, 339), (200, 205), (108, 117), (60, 75)$$

の他に 2 組ある。その 2 組をすべて求めよ。

2

下の図で、四角形 ONAK, 四角形 OKBL, 四角形 OLCM, 四角形 OMDN は合同な正方形である。また、 $\triangle ONP$, $\triangle OKQ$, $\triangle OLR$, $\triangle OMS$ は合同な正三角形である。



このとき、以下の問いに答えよ。

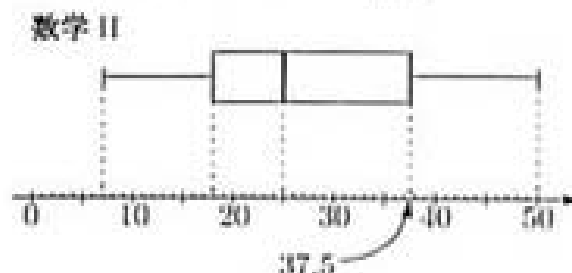
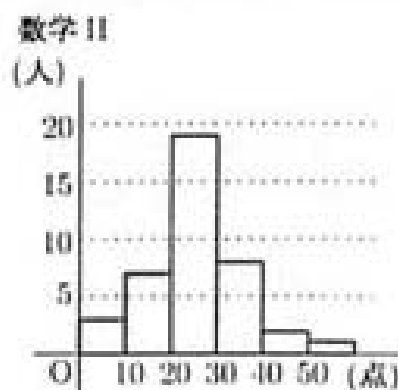
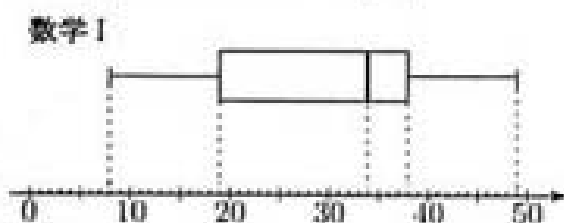
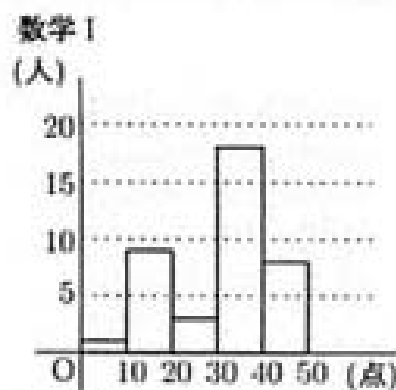
- (1) (i) 2点 A, P を結んでできる $\angle PAB$ の大きさと、2点 A, Q を結んでできる $\angle QAB$ の大きさをそれぞれ求めよ。
- (ii) このことから 3点 A, P, Q についてどのようなことがわかるか、簡潔に述べよ。
- (2) 正方形 ABCD の面積は、正方形 PQRS の面積の何倍か。
- (3) 正三角形 ONP の 1 辺の長さを 2 とし、直角三角形 ABQ の辺 AQ の長さを x 、辺 BQ の長さを y とする。次の [ア] ~ [キ] にあてはまる数値を答えよ。

(2) より、 $\triangle ABQ$ の面積は [ア] であるから、 $xy = [\text{イ}]$ となる。

次に、 $x^2 + y^2 = [\text{ウ}]$ であるから、等式 $(x + y)^2 = (x^2 + y^2) + 2xy$ を利用すると、 $x + y = [\text{エ}]$ であることがわかる。

さらに、 $x - y = [\text{オ}]$ であるから、 $x = [\text{カ}]$, $y = [\text{キ}]$ となる。

生徒の人数が 40 人のクラスで、数学Ⅰと数学Ⅱのテストを行った。テストの点数（整数）をもとにして、ヒストグラム（区分は、「左端」以上、「右端」未満）と箱ひげ図を作成し、図示したところ以下ようになった。ただし、それぞれの試験は 50 点満点で行われ、数学Ⅰでは 1 名欠席、数学Ⅱでは欠席者はいなかった。また、箱ひげ図はテストの点数から作成しており、数学Ⅱのデータでの最頻値は 20 点のみであった。なお、中央値はデータの個数が偶数のときは中央 2 数の平均値とする。また、データの個数が奇数のときは中央値を除いたそれぞれの部分の中央値を第 1、第 3 四分位数とする。



- (1) 数学Ⅰの欠席者に対して再試験を行った結果、得点は 38 点であった。この結果をデータに反映させた場合、第 1 四分位数、中央値、第 3 四分位数のそれぞれについて、読み取れる情報として適切なものを、以下の ①～⑥ からそれぞれ選び、記号で答えよ。

- ① 値は変わらない。
- ② 値は小さくなる。
- ③ 値は大きくなる。
- ④ 値は小さくなることも変わらないこともあり得る。
- ⑤ 値は大きくなることも変わらないこともあり得る。
- ⑥ ①～③のいずれとも言えない。

- (2) 数学Ⅱでは、答案返却後に採点ミスが 1 件見つかり、20 点だった生徒の点数が 38 点であった。この訂正後、データを再集計したところ、最頻値は 38 点のみになった。

以下、データを小さい順に並べて n 番目のデータを単に「 n 番目」と表す。

- (i) 訂正後の情報を用いずに、訂正前のヒストグラムと箱ひげ図のみから、訂正前の考えられる 30 番目と 31 番目の組を 2 組答えよ。
- (ii) (i) およびデータでの最頻値を考えることにより、訂正後の第 3 四分位数は何点か答えよ。
- (iii) 訂正後の点数データの 28 番目と 29 番目は何点か、それぞれ答えよ。

4

関数 $y = x^2$ のグラフ上に 2 点 P, Q があり, 直線 PQ と x 軸の交点を R とする。直線 PQ の式は, a を定数として $y = ax + \left(\frac{a^2 - 4}{8}\right)^2$ と表されている。O を原点とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) P, Q の x 座標をそれぞれ a を用いて表せ。ただし, (Q の x 座標) < (P の x 座標) とする。
- (2) $a = 6 + 4\sqrt{2}$ のとき, R の x 座標を求めよ。
- (3) (2) のとき, $\triangle OPQ$ を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積は $\triangle OQR$ を x 軸の周りに 1 回転してできる立体の体積の何倍か。

令和7年度 開成高校 解答

1 (1) $x=9, y=375$ (2) (カ) (キ) (3) $a=27, b=36$ (4) $(b, c)=(24, 51), (28, 53)$

2 (1) (i) $\angle PAB=15^\circ$, $\angle QAB=15^\circ$ (ii) 一直線上にある (2) 2 倍

(3) [ア] 2 [イ] 4 [ウ] 16 [エ] $2\sqrt{6}$ [オ] $2\sqrt{2}$ [カ] $\sqrt{6}+\sqrt{2}$ [キ] $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

3 (1) 第1四分位数 ③ 中央値 ⑤ 第3四分位数 ①

(2) (i) (37点, 38点) (36点, 39点) (ii) 38点 (iii) 28番目 29点 29番目 37点

4 (1) $P \frac{(a+2)^2}{8}$ $Q -\frac{(a-2)^2}{8}$ (2) $R -12 - 8\sqrt{2}$ (3) 15 倍

(注) 自主解答につき，誤答の場合があります。