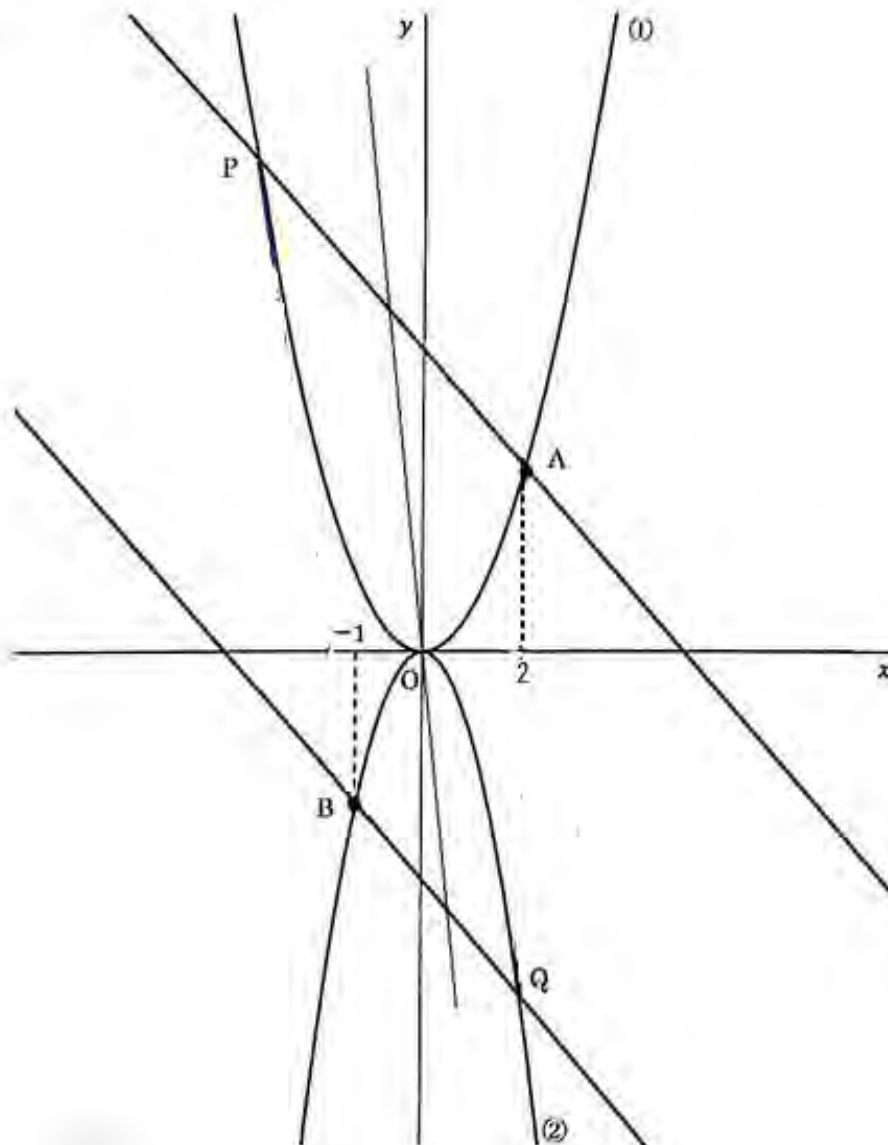


令和7年度 筑波大附属駒場高校

- 【注意】 1. 答えはすべて、解答用紙の定められたところに記入しなさい。
 2. 答えに根号を用いる場合、 $\sqrt{\quad}$ の中の数はできるだけ簡単な整数で表しなさい。
 3. 円周率は π を用いなさい。

- [1] 原点を O とし、関数 $y = x^2$ のグラフを ①、関数 $y = -2x^2$ のグラフを ② とします。
 2点 A, P は ① 上にあり、 A の x 座標は 2 、 P の x 座標は p です。ただし、 $p < 0$ とします。
 2点 B, Q は ② 上にあり、 B の x 座標は -1 、 Q の x 座標は q です。ただし、 $q > 0$ とします。
 直線 AP と直線 BQ が平行であるとき、次の問いに答えなさい。
 なお、座標の1目盛りを 1 cm とします。

- (1) $p = -3$ のとき、 q の値を求めなさい。
 (2) $q = 2$ とし、関数 $y = ax$ のグラフを直線 ③ とします。
 直線 ③ が四角形 $APBQ$ の面積を二等分するとき、 a の値を求めなさい。
 (3) q は $0 < q < 2$ をみたす数とし、関数 $y = -12x$ のグラフを直線 ④ とします。
 直線 ④ が四角形 $APBQ$ の面積を二等分するとき、 q の値を求めなさい。



[2] n は2以上の整数とします。

n 以下の正の整数のうち、 n との最大公約数が1であるものの個数を $\langle n \rangle$ と表すことにします。

例えば、 $n = 4$ のとき、4以下の正の整数のうち4との最大公約数が1であるものは1と3の2個なので、 $\langle 4 \rangle = 2$ です。

また、 $n = 5$ のとき、 $\langle 5 \rangle = 4$ です。

次の問いに答えなさい。

(1) $\langle 99 \rangle$ を求めなさい。

(2) a は正の整数とします。 $n = 3^a$ のとき、 $\langle n \rangle$ を n の式で表しなさい。

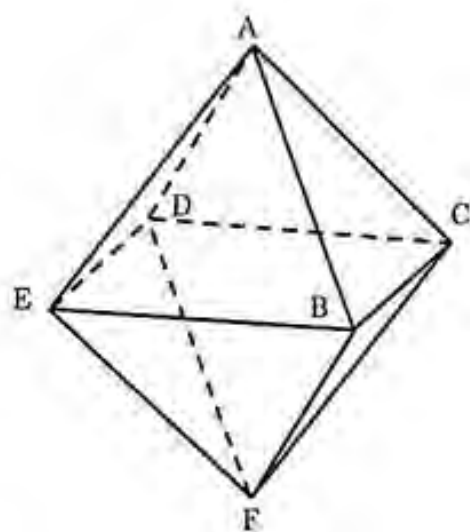
(3) a, b はともに正の整数とします。 $n = 3^a \times 5^b$ のとき、 $\langle n \rangle$ を n の式で表しなさい。

(4) a, b はともに正の整数とし、 p, q はたがいに異なる素数とします。

$n = p^a q^b$ のとき、 $\langle n \rangle = 24$ をみたす整数 n のうち、100以下のものをすべて求めなさい。

[3] 図のような、一辺の長さが $20\sqrt{3}$ cm の正八面体 $ABCDEF$ の形をしている、中身のつまったおもり K があります。また、おもり K を入れることができる、十分大きな直方体の空の水そうが、水平な場所に置いてあります。

次の問いに答えなさい。



(1) おもり K を、面 DEF を下にして、水そうの底面につくように置きました。

このとき、点 A と水そうの底面との距離を求めなさい。

(2) おもり K を、面 DEF を下にして、水そうの底面につくように置き、水そうに水を入れました。

水面の高さが $15\sqrt{2}$ cm であるとき、次の問いに答えなさい。

(7) 水面とおもり K の境界線でできる多角形の面積を求めなさい。

(4) おもり K のうち、水面よりも上に出ている部分の体積を求めなさい。

- [4] 円形のドームがあります。ドームの入口は開いており、入口の両端それぞれから南北に塀があります。下の図は、このドーム周辺の平面図です。点 O はドームをあらわす円の中心、2 点 A, B はドームの入口の両端で、線分 AB の長さは 12 m 、 $\angle AOB$ の大きさは 30° です。

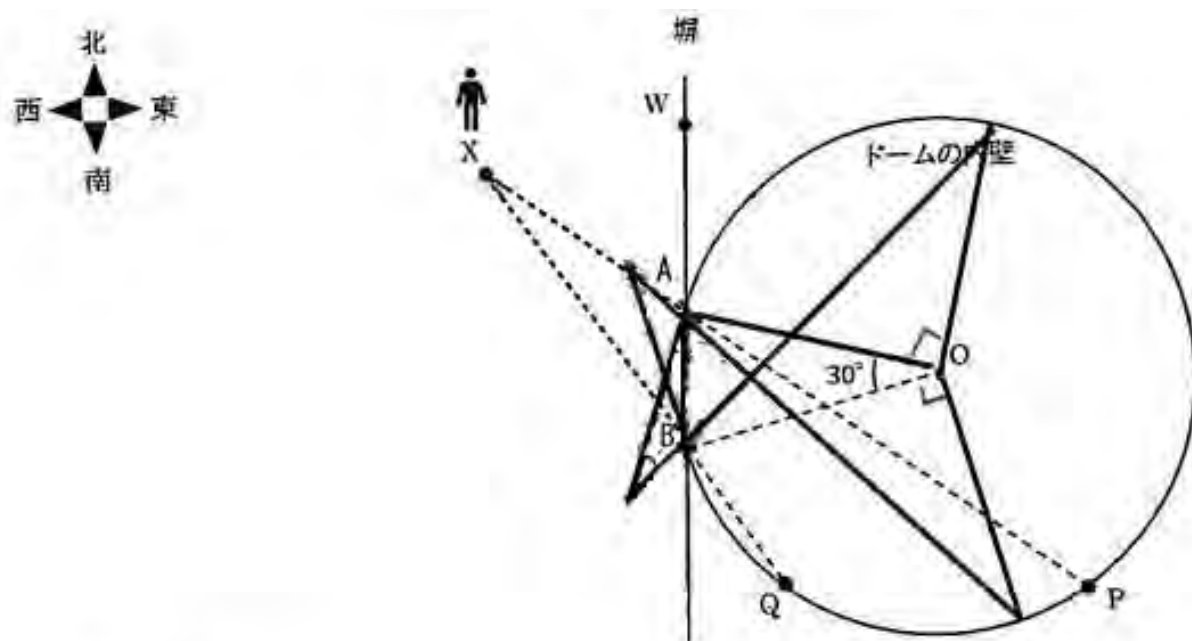
ドームの内壁は、円 O の中心角 330° の弧 AB です。

直線 AB の線分 AB を除いた部分を塀とします。また、線分 BA の延長上に点 W があります。

ドームの外の地点 X から、このドームの内壁を見ることを考えます。ただし、 X は線分 AB 上、または直線 AB より西側にとるものとします。また、 X は A, B とは一致しません。

直線 XA とドームの内壁が A 以外で交わる場合、その交点を P 、直線 XB とドームの内壁が B 以外で交わる場合、その交点を Q とします。ただし、 X の位置によって直線 XA がドームの内壁と A 以外で交わらない場合は、 P は A に一致するものとします。同様に、直線 XB がドームの内壁と B 以外で交わらない場合は、 Q は B に一致するものとします。

このとき、弧 PQ を「点 X から見えるドームの内壁部分」とします。



次の問いに答えなさい。

- (1) P が A と一致せず、 Q が B に一致した場合を考えます。

点 X から見えるドームの内壁部分である、弧 PQ に対する中心角の大きさが 90° のとき、 $\angle XAW$ の大きさを求めなさい。

- (2) P, Q がそれぞれ A, B と一致しない場合を考えます。

$\angle AXB = \alpha^\circ$ のとき、点 X から見えるドームの内壁部分である、弧 PQ に対する中心角の大きさを α の式で表しなさい。

- (3) 点 X から見えるドームの内壁部分である、弧 PQ に対する中心角の大きさが 90° 以上となるような X があります。そのような点 X 全体があらわす図形の面積を求めなさい。

令和 7 年度 筑波大附属駒場高校 解答

1 (1) $q = \frac{3}{2}$ (2) $a = -10$ (3) $q = 3 - \sqrt{2}$

2 (1) $(99) = 60$ (2) $(n) = \frac{2}{3}n$ (3) $(n) = \frac{8}{15}n$ (4) 35, 39, 45, 52, 56, 72

3 (1) $20\sqrt{2} \text{ cm}$ (2) (ア) $\frac{825\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$ (イ) $\frac{3625\sqrt{6}}{2} \text{ cm}^3$

4 (1) 45 度 (2) $(2a+30)$ 度 (3) $(96\pi + 72 + 36\sqrt{3}) \text{ m}^2$

(注) 自主解答につき，誤答の場合があります。