

数 学

( その 1 )

次の  の中に正しい答えを入れなさい。

【 1 】 ( 1 )  $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$  のとき,  $x + y =$  ,  $x^7 y^5 + x^6 y^6 + x^5 y^7 =$   である。

( 2 )  $x^2 + 2xy + x - 4y - 6$  を因数分解すると  である。

また,  $x^2 + 2xy + x - 4y - 42 = 0$  を満たす自然数  $x, y$  の組をすべて求めると,  $(x, y) =$

である。

( 3 )  $\sqrt{5} + \sqrt{15}$  を小数で表したときの整数部分を  $a$ , 小数部分を  $b$  とする。このとき,

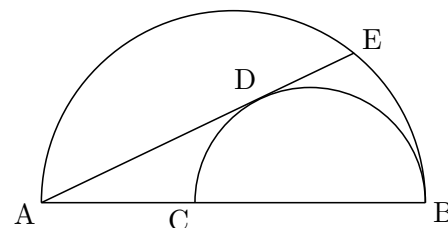
$a =$  ,  $a^2 + b^2 =$   である。

( 4 ) 大, 中, 小の3つのさいころを投げて出た目をそれぞれ  $a, b, c$  とする。このとき, 積  $abc$  が5の倍数となる確率は

である。また,  $a + b + c = 15$  となる確率は  である。

( 5 ) 右の図のように AB, CB をそれぞれ直径とする大小2つの半円があり, AE は小さい方の半円上の点 D における接線である。  $\widehat{AE} : \widehat{EB} = 7 : 3$  のとき,  $\widehat{CD} : \widehat{DB}$  を最も簡単な整数の比で表すと

:  である。



【 2 】 右の図のように放物線  $y = ax^2$  と直線  $y = \frac{4}{5}x + b$  が2点 P, Q で交わっており, 点 P の座標は (5, 5) である。

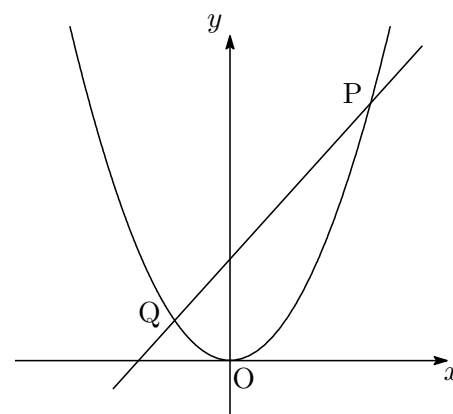
( 1 )  $a =$  ,  $b =$   である。また,

点 Q の座標は  $\left( \begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right)$  である。

( 2 )  $\triangle OPQ$  の面積は  である。

( 3 ) 放物線上を動く点を R とする。  $\triangle OPQ$  と  $\triangle PQR$  の面積が等しくなるような O 以外の点 R の

$x$  座標をすべて求めると  である。



数 学

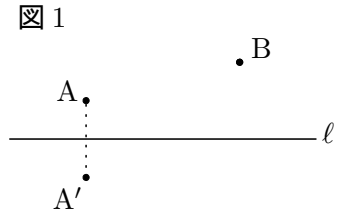
(その2)

【3】 (1) 右の図1において、直線  $\ell$  上に点  $P$  をとり、 $AP+PB$  の長さを最も小さくするには次のように点  $P$  をとればよい。

「直線  $\ell$  に関して点  $A$  と対称な点  $A'$  をとり、線分  $A'B$  と  $\ell$  との交点を  $P$  とする。」

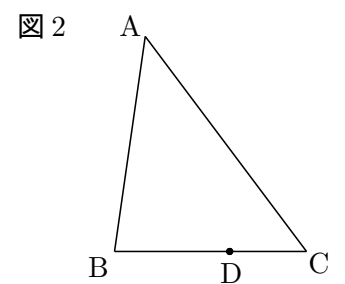
この理由を説明しなさい。

(説明)



(2) 右の図2のように、鋭角三角形  $ABC$  の辺  $BC$  上に点  $D$  がある。2点  $P, Q$  をそれぞれ辺  $AB, AC$  上にとり、 $DQP$  をつくる。このとき、 $DQP$  の周の長さを最も小さくするには2点  $P, Q$  をそれぞれどのようにとればよいか説明しなさい。

(説明)



【4】 右の図1のような  $2n$  個のマスのそれぞれに  $\circ, \times$  のいずれかの記号を入れる入れ方を考える。ただし、 $180^\circ$  回転して同じになるものは1通りと数えることにする。たとえば  $n=1$  のとき、記号の入れ方は図2のように3通りある。

(1)  $n=2$  のとき、記号の入れ方は

通りある。

(2)  $n=3$  のとき、記号の入れ方は

通りある。

(3)  $n$  が自然数のとき、 $2n$  個のマスに記号を入れる入れ方は  $n$  を用いて

通りと表せる。

図1

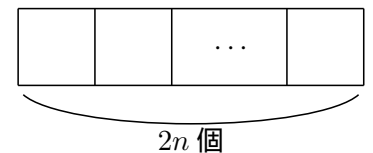
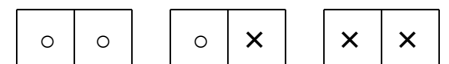


図2



【5】 右の図のような、 $AB=AC=3, BC=2, AD=4$  の三角柱  $ABC-DEF$  がある。

(1) 三角柱  $ABC-DEF$  の体積は

である。

(2) 点  $A$  を通る平面でこの三角柱の体積を二等分するように切断した。切り口の平面と辺  $BE$ 、辺  $CF$  との交点をそれぞれ  $P, Q$  とすると、 $PQ$  と  $BC$  が平行になった。このとき、

$BP$  の長さは

であり、

$APQ$  の面積は

である。

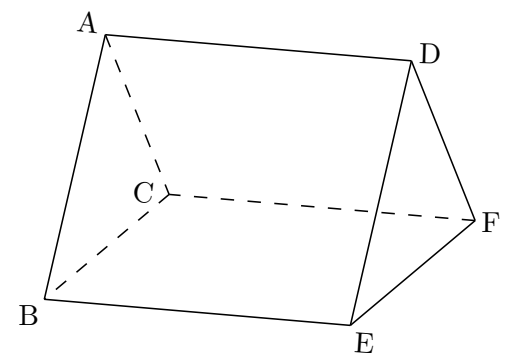
(3) (2) の切断でできた2つの立体のうち辺  $BC$  を含む方の立体を  $X$  とし、これをさらに切断する。辺  $BC$  を含む平面で切るとき、切り口の平面と辺  $AP$ 、辺  $AQ$  との交点をそれぞれ

$R, S$  とする。 $AQ:AS=1:a$  (ただし  $0 < a < 1$ ) のとき、三角錐  $S-BCQ$  の体積は  $a$  を用いて

と表せる。

また、この切断によって立体  $X$  の体積が二等分されるとき、 $a=$

である。



# 令和 7 年度 大阪星光学院高校 解答

**1** (1) 8, 63      (2)  $(x-2)(x+2y+3)$     (3,15) (5,2)

(3) 6,  $92 + 10\sqrt{3} - 12\sqrt{5} - 12\sqrt{15}$       (4)  $\frac{91}{216}, \frac{5}{54}$       (5) 7:13

**2** (1)  $a=\frac{1}{5}$      $b=1$      $Q(-1, \frac{1}{5})$       (2)  $\triangle OPQ=3$       (3)  $x=4, 2\pm\sqrt{14}$

**3** (1)  $AP=A'P$  より,  $AP+PB=A'P+PB$   
 $A'P+PB$  が最小となるのは,  $A',P,B$  が一直線上にあるとき

(2) 辺  $AB$  に関して点  $D$  の対称点  $D'$  をとる  
 辺  $AC$  に関して点  $D$  の対称点  $D''$  をとる  
 線分  $D'D''$  と辺  $AB, AC$  との交点をそれぞれ  $P, Q$  とする

**4** (1) 10 通り      (2) 36 通り      (3)  $2^n + \frac{2^{2n}-2^n}{2}$

**5** (1) 体積  $=8\sqrt{2}$       (2)  $BP=3$      $\triangle APQ=\sqrt{17}$       (3) 体積  $=2\sqrt{2}(1-a)$      $a=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$