数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，3ページから9ページにわたって印刷してあります。また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**HB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

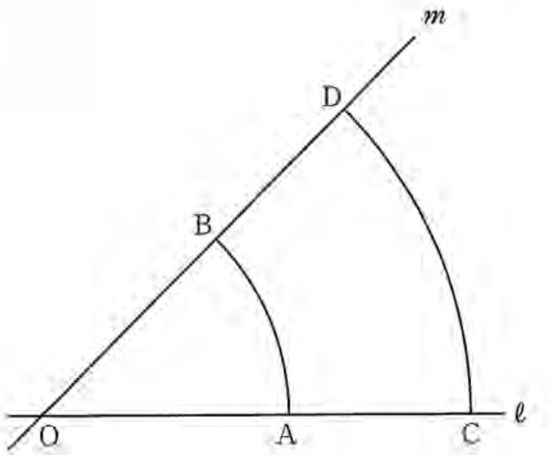
1　次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\dfrac{(2\sqrt{2}+\sqrt{5})(-2\sqrt{2}+\sqrt{5})}{3}+\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+(\sqrt{3}+1)^2$ を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式 $(x-2)^2-\dfrac{2-x}{3}=1$ を解け。

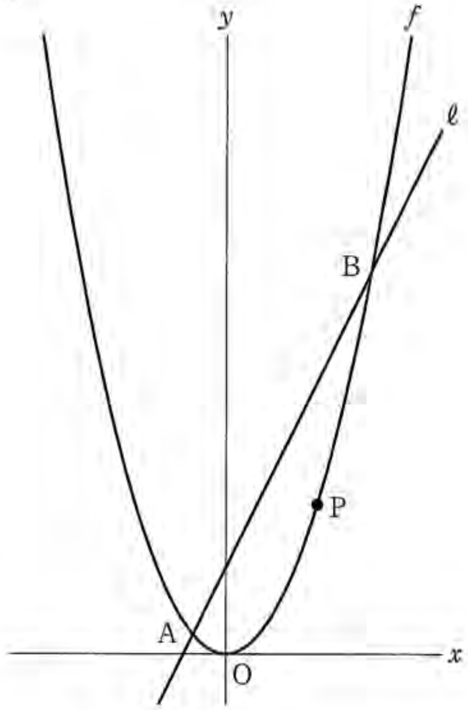
〔問3〕 表に1，裏に2と書かれた赤色，青色，黄色の硬貨が1枚ずつ，計3枚ある。
この硬貨3枚を同時に投げたとき，出た面に書かれた数の積が素数になる確率を求めよ。
ただし，3枚の硬貨の表と裏の出方は同様に確からしいものとする。

〔問4〕 右の図で，おうぎ形OABとおうぎ形OCDの中心角は，ともに45°であり，点O，点A，点Cは直線ℓ上にあり，点O，点B，点Dは直線m上にある。
解答欄に示した図をもとにして，おうぎ形OCDの面積がおうぎ形OABの面積の2倍となる点Cを1つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Cの位置を示す文字Cを書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 右の**図1**で，点Oは原点，
曲線fは関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$のグラフ，
直線ℓは1次関数のグラフを表している。
曲線fと直線ℓとの交点のうち，
x座標が負の数である点をA，
x座標が正の数である点をB，
曲線f上にあり，x座標がtである点をPとする。
点Oから点$(1, 0)$までの距離，および点Oから点$(0, 1)$までの距離をそれぞれ1 cmとして，
次の各問に答えよ。

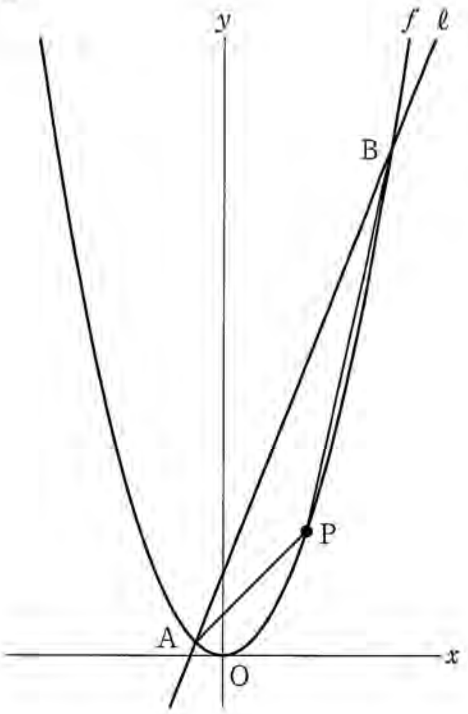
図1



〔問1〕 直線ℓの式が$y=x+a$の場合を考える。
xの変域$-k \leqq x \leqq 2k\ (k>0)$に対する，
関数$y=\dfrac{1}{2}x^2$のyの変域と，1次関数$y=x+a$のyの変域が一致するとき，
a，kの値をそれぞれ求めよ。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，
点Aのx座標が-1，点Bのx座標が6，
点Pのx座標tが$-1<t<6$のとき，
点Aと点P，点Bと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。
$\triangle$APBの面積をS cm^{2}とする。
点Pのx座標とy座標がともに整数である点のうち，Sの値が最大となるときの点Pの座標と，そのときのSの値をそれぞれ求めよ。

図2



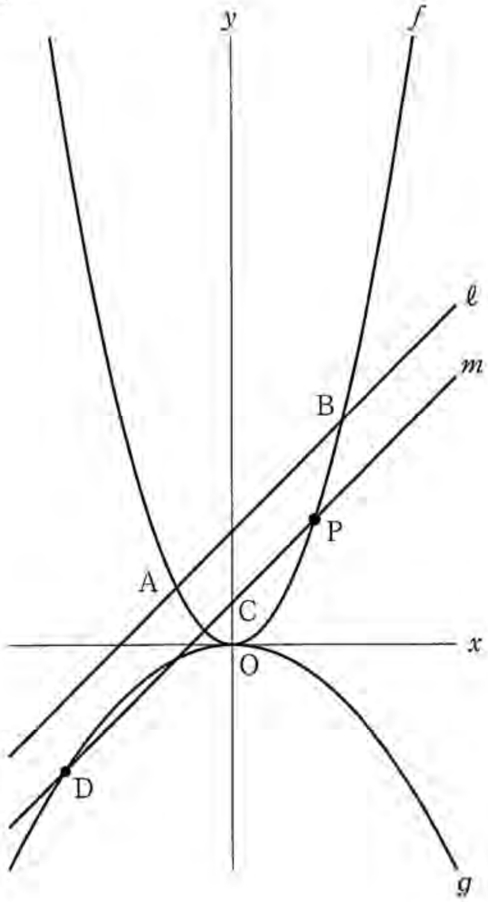
〔問3〕 右の**図3**は，**図1**において，
点Aのx座標が-2，点Bのx座標が4，
点Pのx座標tが3のとき，
関数$y=bx^2\ (b<0)$のグラフを表す曲線をg，
曲線g上にあり，x座標が負の数である点をD，
2点D，Pを通る直線をm，
直線mとy軸との交点をCとした場合を
表している。

点Aと点C，点Bと点P，点Bと点Dを
それぞれ結んだ場合を考える。

直線ℓと直線mが平行，四角形ACPBの
面積と△BDPの面積が等しいとき，
bの値を求めよ。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，
答えを求める過程が分かるように，途中の式や
計算なども書け。

図3



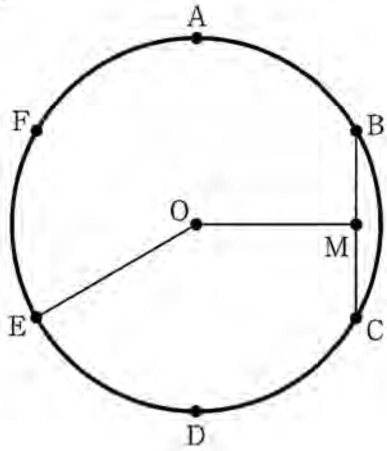
3　右の**図1**で，点Oは半径2cmの円の中心である。

点A，点B，点C，点D，点E，点Fは，円Oの周上にあり，A，B，C，D，E，Fの順に並んでおり，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{EF}=\overset{\frown}{FA}$ となる点である。

点Bと点Cを結び，線分BCの中点をMとし，点Oと点E，点Oと点Mをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

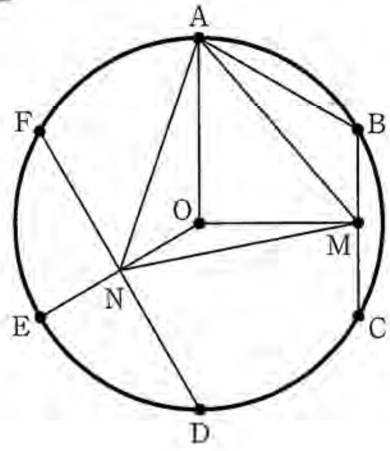
図1



〔問1〕　$\angle EOM = a^\circ$（$0^\circ < a^\circ < 180^\circ$）とする。
aの値を求めよ。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，
点 D と点 F を結び，線分 OE と
線分 DF との交点を N とし，
点 O と点 A，点 A と点 B，点 A と点 M，
点 A と点 N，点 M と点 N を
それぞれ結んだ場合を表している。
　次の(1)，(2)に答えよ。

図 2



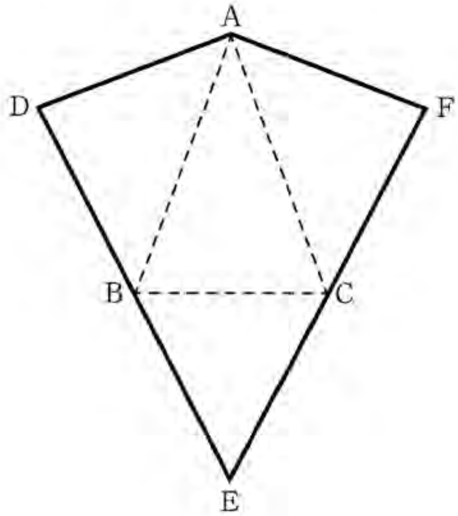
(1)　△ AMB ≡ △ ANO であることを証明せよ。

(2)　△ ANM の面積は何 cm^2 か。

4　右の図は，
$AD = BD = CD = 4\sqrt{2}$ cm，
$AB = AC = 2\sqrt{14}$ cm，
$BC = 2\sqrt{7}$ cm の三角すいである立体 D－ABC の展開図の１つであり，頂点 E，頂点 F は，立体 D－ABC を組み立てたとき，頂点 D に一致する点である。

線分 AB，線分 AC，線分 BC をそれぞれ折り目として，立体 D－ABC を組み立てた場合を考える。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕　立体 D－ABC において，
辺 AB 上にある点を P，辺 AC 上にある点を Q とし，
頂点 D と点 P，頂点 D と点 Q をそれぞれ結んだ場合を考える。

$DP + DQ = \ell$ cm とする。

点 P を辺 AB 上，点 Q を辺 AC 上においてそれぞれ動かすとき，最も小さくなる ℓ の値を求めよ。

〔問 2〕　立体 D－ABC の体積は何 cm^3 か。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問 3〕 立体D－ABCにおいて，辺BDの中点をR，辺ACの中点をSとし，頂点Aと点R，頂点Dと点S，点Rと点Sをそれぞれ結んだ場合を考える。

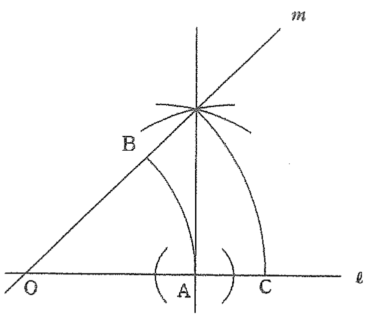
立体D－ABCの体積を V cm^3，立体D－ARSの体積を W cm^3 とする。

V：W を最も簡単な整数の比で表せ。

数　学

1

1		配点
〔問 1〕	6	6
〔問 2〕	$\frac{11\pm\sqrt{37}}{6}$	6
〔問 3〕	$\frac{3}{8}$	6
〔問 4〕解答例		7



2

2		配点
〔問 1〕	$a=\frac{3}{2}$, $k=\frac{3}{2}$	7
〔問 2〕	P（ 2 ， 2 ）， $S=21$	8
〔問 3〕解答例		10

直線 ℓ は点Aと点Bを通るから傾きは1である。

$\ell /\!/ m$ で，直線 m は，点Pを通るから，

直線 m の式は　$y=x+\frac{3}{2}$

よって，　$C\left(0,\frac{3}{2}\right)$

四角形ACPBの面積は△BCPの面積と

△ACBの面積の和であり，

△BDPの面積は△BCPの面積と

△BDCの面積の和であるから，

△ACBと△BDCの面積は等しい。

△ACBの底辺を線分AB，

△BDCの底辺を線分CDとすると，

$\ell /\!/ m$ であるから，

△ACBと△BDCの高さは等しい。

したがって，AB＝CDである。

点Dの座標を (s, bs^2) としたとき，

A（$-2, 2$），B（$4, 8$），

$C\left(0,\frac{3}{2}\right)$ であるから

$$\begin{cases} 4-(-2)=0-s \\ 8-2=\frac{3}{2}-bs^2 \end{cases}$$

これを解くと，

$$s=-6,\ b=-\frac{1}{8}$$

（答え）　$b=-\frac{1}{8}$

3

3		配点
〔問 1〕	150	7
〔問 2〕(1) 解答例	【証　明】	10

点A，点B，点C，点D，点E，点Fは，

円Oの円周を6等分する点だから，

$\angle AOB=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$

OA＝OB＝2 cmより，

△OBAは正三角形である。

よって，AB＝AO　……①

同様に△OED，△OFEも正三角形だから，

OD＝DE＝EF＝OF

よって，四角形OFEDはひし形であり，

線分DFと線分OEは対角線である。

ひし形の対角線は各々の中点で垂直に交わるから，

ON＝1 cm

点Mは線分BCの中点であるから，BM＝1 cm

よって，　　BM＝ON　　……②

また，点Bを含まない $\overset{\frown}{AC}$ と，

点Fを含む $\overset{\frown}{AE}$ において，

$\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{AE}$ より，円周角と中心角の関係から，

$\angle ABM=\angle AON$　……③

①，②，③より，2組の辺とその間の角が

それぞれ等しいから，△AMB≡△ANO

〔問 2〕(2)	$\frac{7\sqrt{3}}{4}$ cm²	8

4

4		配点
〔問 1〕	$6\sqrt{2}$	7
〔問 2〕解答例	【途中の式や計算など】	10

立体D－ABCにおいて，

辺BCの中点をMとし，

頂点Aと点M，頂点Dと点Mをそれぞれ結ぶ。

△ABCと△BCDは，ともに二等辺三角形であるから，

AM⊥BC　……①

DM⊥BC　……②

△BDMにおいて，$BD=4\sqrt{2}$，$BM=\sqrt{7}$ であるから，

三平方の定理により，

$DM^2=(4\sqrt{2})^2-(\sqrt{7})^2=25$　　DM＞0　より，DM＝5

△ABMにおいて，$AB=2\sqrt{14}$，$BM=\sqrt{7}$ であるから，

三平方の定理により，

$AM^2=(2\sqrt{14})^2-(\sqrt{7})^2=49$　　AM＞0　より，AM＝7

△ADMにおいて，頂点Dから線分AMに垂線を引き，

辺AMとの交点をHとする。

$HM=x$ とすると，三平方の定理により，

$DH^2=DM^2-HM^2=AD^2-AH^2$ が成り立つから，

$5^2-x^2=(4\sqrt{2})^2-(7-x)^2$

これを解くと，$x=3$

したがって，$DH^2=5^2-3^2=16$　DH＞0　より，DH＝4

よって，△ADMの面積は，$\frac{1}{2}\times4\times7=14$

さらに，①，②より，辺BCと△ADMは垂直に交わる。

したがって，立体D－ABCの体積は，

$\frac{1}{3}\times2\sqrt{7}\times14=\frac{28\sqrt{7}}{3}$ (cm³)

（答え）　$\frac{28\sqrt{7}}{3}$ cm³

〔問 3〕	$V : W = 4 : 1$	8