数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい。**

6　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

7　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ⬭ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1　次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\left\{\dfrac{(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+2)}{2}\right\}^3 \div \dfrac{3}{\sqrt{24}}$ 　を計算せよ。

〔問 2〕 2 次方程式　$3(x+1)^2=(x-2)(x-1)-2$　を解け。

〔問 3〕 横一列に N，I，S，H，I の順に並んだ 5 文字の文字列 NISHI について，次の**【操作】**を行う。

> **【操作】**
> 　1，2，3，4，5 の数字を 1 つずつ書いた 5 枚のカード$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$がそれぞれ入った 2 つの袋 A，B から，同時にそれぞれ 1 枚のカードを取り出し，袋 A から取り出したカードに書かれた数を a，袋 B から取り出したカードに書かれた数を b とする。
> 　文字列 NISHI の左端から a 番目の文字と左端から b 番目の文字を入れ替える。ただし，$a=b$ のとき，文字列の文字の順番は入れ替えない。

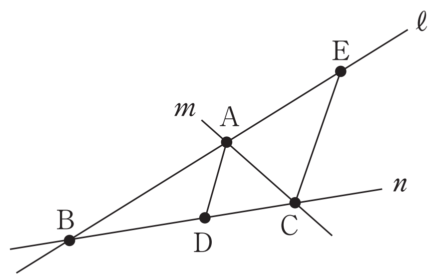
【操作】を 1 回行ったあとの文字列が，NISHI である確率を求めよ。
　ただし，2 つの袋 A，B それぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 4〕 下の表は，A，B，C，D，E の 5 人のそれぞれの歩幅の記録である。

	A	B	C	D	E
歩幅（cm）	a	b	70	60	80

5 人の歩幅の記録について，次の①，②，③が同時に成り立つとき，b の値を求めよ。
①　$a \leqq b$ である。
②　中央値と平均値は，ともに 70 cm である。
③　最頻値は 1 つで，その値は a cm である。

〔問 5〕 右の図で，点 A は直線 ℓ と直線 m との交点，点 B は直線 ℓ と直線 n との交点，点 C は直線 m と直線 n との交点で，AB：AC＝2：1，BC ＞ CA である。
　点 D は，線分 BC 上にあり，AC＝CD となる点で，点 E は，直線 ℓ 上にあり，AD∥EC となる点である。
　解答欄に示した図をもとにして，点 E を 1 つ，定規とコンパスを用いて作図し，点 E の位置を示す文字 E も書け。
　ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



2 　右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフを表している。

点A，点Bはともに曲線f上にあり，点Aのx座標はa（$a>0$），点Bのx座標はb（$b>a$）である。

次の各問に答えよ。

図1

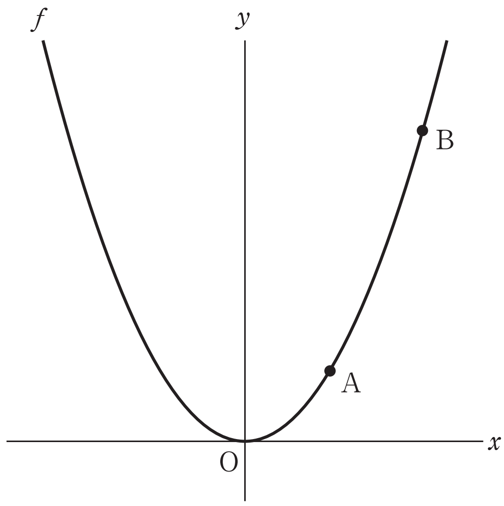
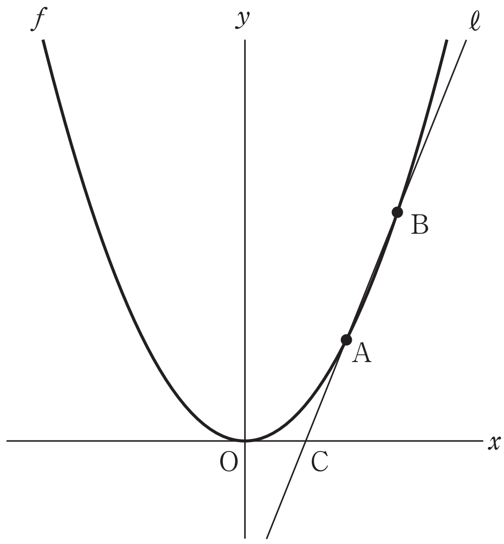


図2

〔問1〕　右の**図2**は，**図1**において，2点A，Bを通る直線をℓ，直線ℓとx軸との交点をCとした場合を表している。

$a=2$，$b=3$のとき，点Cのx座標を求めよ。

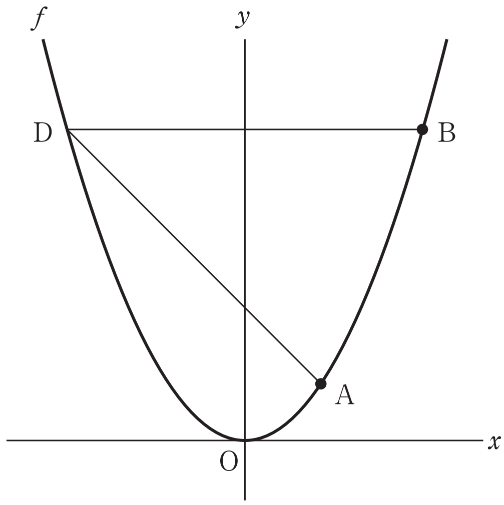


〔問 2〕　右の**図 3** は，**図 1** において，点 B を通り x 軸に平行な直線を引き，曲線 f との交点のうち，点 B と異なる点を D とし，点 A と点 D を結んだ場合を表している。

$b=a+2$ のとき，∠ADB の大きさは何度か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

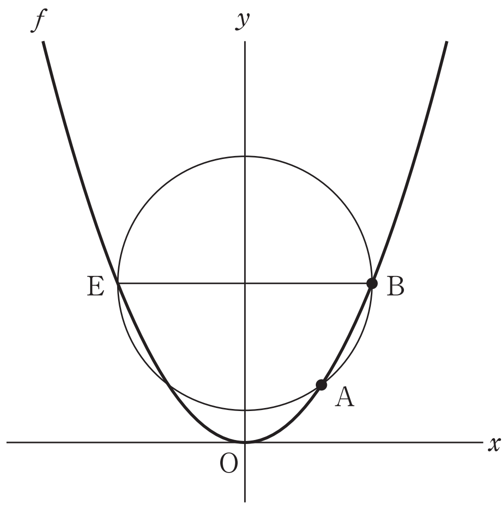
図 3



〔問 3〕　右の**図 4** は，**図 1** において，点 B を通り x 軸に平行な直線を引き，曲線 f との交点のうち，点 B と異なる点を E とし，線分 BE を直径とする円の周上に点 A がある場合を表している。

$b=a+1$ のとき，a の値を求めよ。

図 4

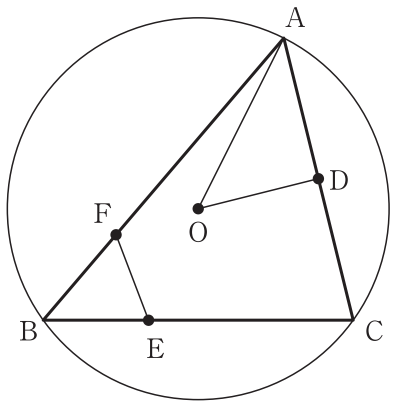


3 右の**図1**で，△ABC は∠BAC ≦ 90°，∠ABC ＜ 90°，∠ACB ＜ 90°で，円 O の周上に全ての頂点がある三角形である。

辺 AC の中点を D，辺 BC 上にある点を E，辺 AB 上にある点を F とし，点 O と頂点 A，点 O と点 D，点 E と点 F をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

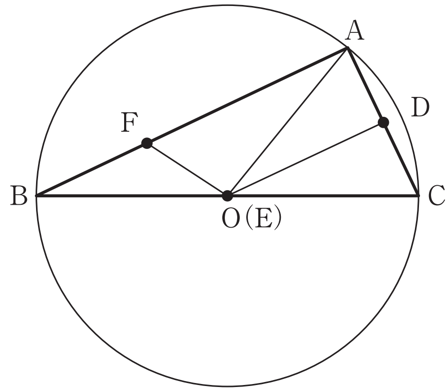
図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，点 E が点 O に一致した場合を表している。

円 O の半径が 3 cm，CD＝2 cm，AF：FB＝2：1 のとき，線分 AF の長さは何 cm か。

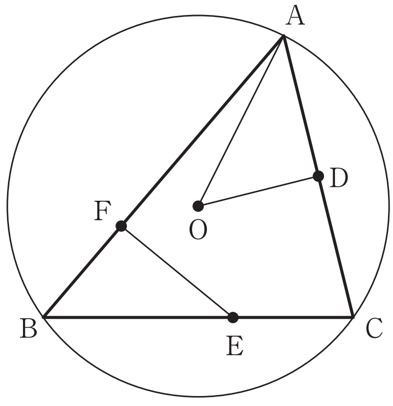
図2



〔問2〕 右の**図3**は，**図1**において，線分 BE の長さが円 O の半径と等しく，∠BFE＝90°の場合を表している。

△ODA ≡ △BFE であることを証明せよ。

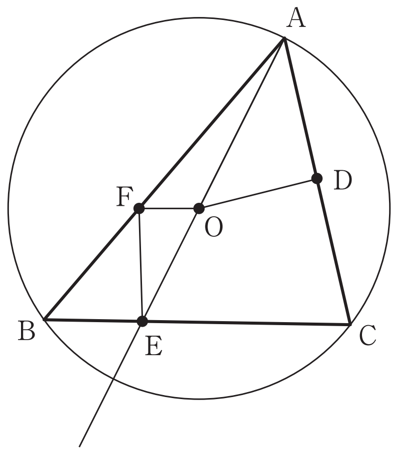
図3



〔問 3〕　右の**図 4** は，**図 1** において，点 E が，線分 AO を O の方向に延ばした直線上にあり，点 O と点 F を結び，BC∥FO で，AO：AE＝m：1（$0 < m < 1$）となる場合を表している。

△ABE の面積を S とし，△ABE の面積と△AEC の面積の比が 1：3 のとき，四角形 AFOD の面積を S，m を用いた式で表せ。

図 4



4 中学生のＫさんとＬさんは，数学の授業で次のような奇数についての**【性質】**を学習した。
次の各問に答えよ。

【性質】
1から始まる連続する正の奇数の和を考える。
例えば，1から始まる連続する正の奇数の個数が，
2個のとき $1+3=4=2^2$
3個のとき $1+3+5=9=3^2$
4個のとき $1+3+5+7=16=4^2$
このように，1から始まる連続する正の奇数の和は，1から始まる連続する正の奇数の個数の2乗の値となる。

〔問1〕 1から始まる連続する正の奇数の和が64になるとき，1から始まる連続する正の奇数の中で最大の数を求めよ。

【性質】を学習したＫさんは，1以外の奇数から始まる連続する正の奇数の和にどのような性質があるのかを調べ，授業で**【Ｋさんが気付いた性質】**を発表した。

【Ｋさんが気付いた性質】
9から始まる連続する6個の正の奇数の和は，
$9+11+13+15+17+19=84$ となり，ある自然数の2乗の値とはならない。
19から始まる連続する6個の正の奇数の和は，
$19+21+23+25+27+29=144=12^2$ となり，ある自然数の2乗の値となる。
このことから，1以外の奇数から始まる連続する正の奇数の和は，ある自然数の2乗の値になる場合や，ある自然数の2乗の値にならない場合がある。

Ｋさんは，**【Ｋさんが気付いた性質】**から，次の**【Ｋさんの疑問】**を整理した。

【Ｋさんの疑問】
1以外の奇数から始まる連続する6個の正の奇数の和が360になる場合はあるか。

〔問2〕 **【Ｋさんの疑問】**において，1以外の奇数から始まる連続する6個の正の奇数の和が360になる場合があれば，連続する6個の奇数の中で最小の奇数を求め，ない場合には，ない理由を説明せよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や考え方なども書け。

続いて，K さんが授業で発表した**【K さんが気付いた性質】**をもとに，先生が次の**【先生が作った課題】**を出した。

【先生が作った課題】

m は自然数，n は 2 以上の自然数とする。

$2m+1$ から始まる連続する n 個の正の奇数の和が 2025 となる最大の n の値を求めよ。

K さんと L さんが，この**【先生が作った課題】**に取り組むために，グループで話し合いを行いながら**【K さんのメモ】**，**【L さんのメモ】**に考えの過程をそれぞれ記した。

【K さんのメモ】

9 から始まる連続する 6 個の正の奇数の和は，

$$9+11+13+15+17+19 = (1+3+5+7+9+\cdots+17+19)-(1+3+5+7) = 10^2-4^2=84$$

のように，1 から 19 までの連続する 10 個の正の奇数の和から，1 から 7 までの連続する 4 個の正の奇数の和を引けば求められる。

19 から始まる連続する 6 個の正の奇数の和は，

$$19+21+23+25+27+29=(1+3+5+\cdots+27+29)-(1+3+5+\cdots15+17)=15^2-9^2=144=12^2$$

のように，1 から 29 までの連続する 15 個の正の奇数の和から，1 から 17 までの連続する 9 個の正の奇数の和を引けば求められる。

【L さんのメモ】

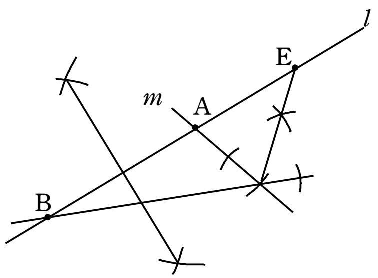
1 から始まる連続する $m+n$ 個の正の奇数の和から，1 から始まる連続する m 個の正の奇数の和を引いた値が $2025=45^2$ になる最大の n の値を求めればよい。

〔問 3〕 **【先生が作った課題】**を解け。

正答表　　数　学

1

		点
［問1］	-3	5
［問2］	$\frac{-9\pm\sqrt{57}}{4}$	5
［問3］	$\frac{7}{25}$	5
［問4］	70	5
［問5］		5



2

		点
［問1］	$\frac{6}{5}$	7
［問2］	【　途中の式や計算など　】	10

点A，点Bはともに曲線f 上にあり，点Aのx座標はa，点Bのx座標は$b=a+2$であるから，$A\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$，$B\left(a+2,\ \frac{1}{2}(a+2)^2\right)$と表される。

よって，点Dの座標は$D\left(-(a+2),\ \frac{1}{2}(a+2)^2\right)$となる。

点Aから線分BDに垂線を引き，線分BDとの交点をHとする。
線分AHはy軸に平行であるから，
点Hのx座標は点Aのx座標に等しく，aである。
よって，$DH=a-\{-(a+2)\}=2a+2$ …①
点Hは線分BD上にあるから，点Hのy座標は$\frac{1}{2}(a+2)^2$

よって，$AH=\frac{1}{2}(a+2)^2-\frac{1}{2}a^2=2a+2$ …②
①，②より，$AH=DH$
ゆえに，△AHDは，AH＝DHの直角二等辺三角形であり，
∠ADH＝45°となる。
したがって，∠ADB＝45°

（答え）　45　度

		点
［問3］	$\frac{3}{2}$	8

3

		点
［問1］	$\frac{4\sqrt{5}}{3}$　cm	7
［問2］	【　証　明　】	10

点Oと点Cを結ぶ。
△OCAは，OA＝OCの二等辺三角形　……①
仮定より，点Dは，線分ACの中点　……②
①，②より，∠ODA＝90°　……③
　　　　　∠AOD＝∠COD……④
△ODAと△BFEにおいて，
仮定より，OA＝BE ……⑤
仮定と③より，∠ODA＝∠BFE＝90°　……⑥
④より，$\angle DOA=\frac{1}{2}\angle AOC$……⑦
円周角の定理より，$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$　……⑧
⑧より，$\angle FBE=\frac{1}{2}\angle AOC$　……⑨
⑦，⑨より，∠DOA＝∠FBE　……⑩
⑤，⑥，⑩より，斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから，
△ODA≡△BFE

		点
［問3］	$\frac{1}{2}mS(2m+3)$	8

4

		点
［問1］	15	7
［問2］	【　途中の式や考え方など　】	10

1以外の奇数から始まる連続する6個の正の奇数を，
lを$l\geqq 4$の自然数として，
$2l-5$，$2l-3$，$2l-1$，$2l+1$，$2l+3$，$2l+5$　と表す。
このとき，1以外の奇数から始まる連続する6個の正の奇数の和は
$(2l-5)+(2l-3)+(2l-1)+(2l+1)+(2l+3)+(2l+5)=12l$
となる。
$12l=360$より，$l=30$ …①
①は，$l\geqq 4$を満たす。
よって，1以外の奇数から始まる連続する6個の正の奇数の和が
360になる場合はある。
①より，1以外の奇数から始まる連続する6個の奇数は，
55，57，59，61，63，65　である。
したがって，求める最小の奇数は　55

		点
［問3］	27	8