数学

~~~~~ 注 意

- 1 問題は**1**から**4**までで、**7**ページにわたって印刷してあります。 また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は50分で,終わりは午前11時00分です。
- 3 声を出して読んではいけません。
- 4 答えは全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆(シャープペンシルも可)を使って 明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない 形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは、解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 答えを直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 8 **受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、 その数字の の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

**1** 次の各間に答えよ。

[問1] 
$$\frac{3}{\sqrt{21}}(7+\sqrt{7})-\left(1+\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^2$$
 を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 
$$\begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}y = 20 \\ -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 20 \end{cases}$$
 を解け。

[問3] a, bを1以上6以下の自然数とする。

4個の数a, b, 2, 6において、中央値と平均値が一致するa, bの組合せは全部で何通りあるか。

〔問 4〕 1個のさいころを 2 回投げるとき、1 回目に出た目の数を a、2 回目に出た目の数を b とする。 自然数 N について、a、b がともに偶数またはともに奇数のとき N=a+b、それ以外のとき N=ab とする。

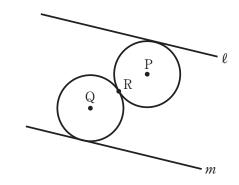
Nが4の倍数となる確率を求めよ。

ただし、さいころの目の出方は同様に確からしいものとする。

[問5] 右の図で、直線 ℓ, m は平行、直線 ℓ は円 P の接線である。円 Q は、円 P と半径が等しく、直線 m に接し、円 P上の点 R における円 P の接線と、点 R で接する。

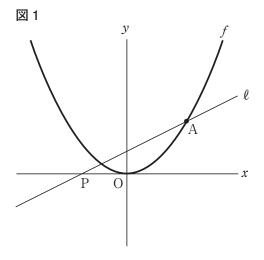
解答欄に示した図をもとにして, 円Qの中心を1つ, 定規とコンパスを用いて作図し, 中心の位置を示す 文字Qも書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



**2** 右の**図1**で、点 O は原点、曲線 f は関数  $y = ax^2$  (a > 0) のグラフを表している。

曲線f上にありx座標が4である点をA, 点 A を通り 傾き $\frac{1}{2}$ の直線を $\ell$ , 直線 $\ell$  とx 軸との交点をPとする。 原点から点(1, 0)までの距離,および原点から 点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cm とする。 次の各間に答えよ。



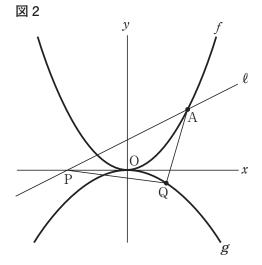
〔問1〕 点Pのx座標が-3のとき, aの値を求めよ。

〔問 2〕  $a = \frac{1}{3}$ のとき、直線  $\ell$  の式を求めよ。

[問3] 右の**図2**は、**図1**において、 $a = \frac{1}{4}$ のとき、 関数 $y = -\frac{1}{8}x^2$ のグラフを表す曲線をg、 曲線g上にあり、x座標が4以下の正の数である 点をQとし、点Aと点Q、点Pと点Qをそれぞれ 結んだ場合を表している。

 $\triangle$ APQ の面積が $\frac{129}{8}$  cm $^2$  のとき,点 Q の座標を求めよ。

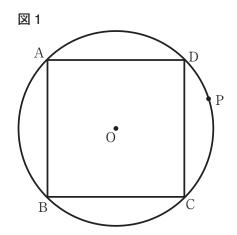
ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分 かるように、途中の式や計算なども書け。



**3** 右の**図1**で、四角形 ABCD は、1 辺の長さが2 cm の 正方形、点 O は、四角形 ABCD の 4 つの頂点を通る 円の中心である。

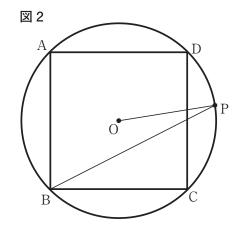
点 P は、頂点 A を含まない $\widehat{CD}$  上にある点で、頂点 C、頂点 D のいずれにも一致しない。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 右の**図2**は, **図1**において,

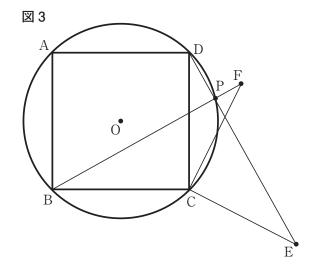
 (P: PD=3:2のとき,頂点Bと点P, 点Oと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。
∠BPOの大きさは何度か。



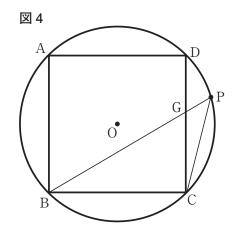
〔問2〕 右の図3は、図1において、

頂点 B と点 P, 頂点 D と点 P を それぞれ結び、線分 DP を P の方向に 延ばした直線上にある点を E, 線分 BP を P の方向に延ばした 直線上にある点を F とし、 頂点 C と点 E, 頂点 C と点 F を それぞれ結んだ場合を表している。

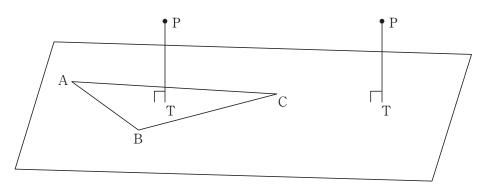
 $\angle$  ECF =  $90^{\circ}$  のとき、CE = CF であることを 証明せよ。



〔問3〕 右の図4は、図1において、頂点Bと点Pを結び、
∠CBP=30°のとき、頂点Cと点Pを結び、
線分BPと辺CDの交点をGとした場合を表している。
点Bを中心として△CPGを反時計回りに360°回転させたとき、△CPGが通過してできる図形の面積は何cm²か。



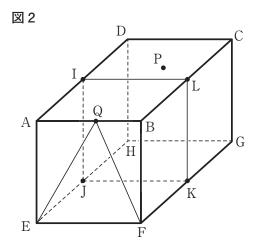
- **4** 下の図1のように、空間上の $\triangle$ ABC と、 $\triangle$ ABC と同じ平面上にない点 P において、点 P から  $\triangle$ ABC を含む平面に垂線を引き、その垂線と平面との交点を T とし、点 T が $\triangle$ ABC の辺上または 内部にあるとき、点 P は、「 $\triangle$ ABC に垂線が引ける位置にある。」とする。
  - 図1 点 P は、 $\triangle ABC$  に垂線が引ける位置にある。 点 P は、 $\triangle ABC$  に垂線が引ける位置にない。



右の図2に示した立体 ABCD-EFGH は、

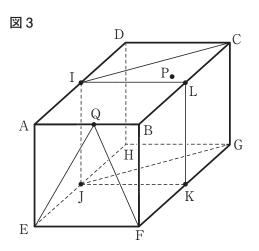
AB=AE=5 cm, AD=10 cm の直方体である。辺 AD, 辺 EH, 辺 FG, 辺 BC の中点をそれぞれ I, J, K, L, 辺 AB 上にある点を Q とし, 頂点 E と点 Q, 頂点 F と点 Q, 点 I と点 J, 点 I と点 L, 点 J と点 K, 点 K と点 L をそれぞれ結ぶ。

点 P は、立体 CDIL-GHJK の辺上、面、内部を動く点で、「△EFQ に垂線が引ける位置にある。」とする。 次の各問に答えよ。



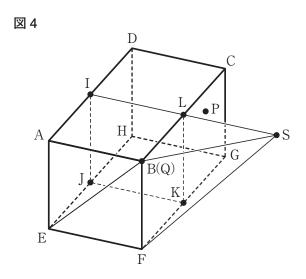
- [問 1] AQ=1 cm のとき,点 J と点 P を結んでできる線分が最も長くなるときの線分 JP の長さは何 cm か。
- [問 2] 右の図 3 は、図 2 において、頂点 C と点 I 、 頂点 G と点 J をそれぞれ結んだ場合を表している。  $AQ = x \text{ cm } (0 \le x \le 5) \text{ のとき},$  四角形 CIJG の辺上または内部において、点 P が 動き得る部分の面積は何  $cm^2$  か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が 分かるように、図や途中の式などもかけ。



〔問3〕 下の**図4**は、**図2**において、点Qが頂点Bと一致するとき、線分ILをLの方向に延ばした 直線上にありBL=LSとなる点をSとし、頂点Bと点S、頂点Fと点Sを それぞれ結んだ場合を表している。

点 P が 「 $\triangle$ EFQ に垂線が引ける位置にある。」かつ 「 $\triangle$ BFS に垂線が引ける位置にある。」 のとき、点 P が動き得る部分の立体の体積は何  $cm^3$  か。



## 解 答 用 紙 数 学

### マーク・解答上の注意事項

- 1 受検番号欄は、HB又はBの鉛筆(シャープペンシルも可)を使って、 ○ の中を正確に塗りつぶすこと。
- 2 記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。
- 3 決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

| 良い例 |       | 悪 い 例 |        |
|-----|-------|-------|--------|
|     | 🔾 線   | 🌗 小さい | 🗼 はみ出し |
|     | 🔾 丸囲み | ✓ レ点  | うすい    |

|       | ● 丸囲み グレ点 ● うすい   |
|-------|-------------------|
|       | 1                 |
| 〔問 1〕 |                   |
| 〔問 2〕 | x = , $y =$       |
| 〔問 3〕 | 通り                |
| 〔問 4〕 |                   |
| 〔問 5〕 | 【作図】              |
|       |                   |
|       |                   |
| .     |                   |
|       | $\ell$            |
|       | ( P               |
| _     |                   |
|       | $\overline{}$ $m$ |
|       |                   |
|       |                   |
|       |                   |
|       |                   |
|       |                   |

|            | 受 | 検        |          | 番          | 号 |            | (6一国) |
|------------|---|----------|----------|------------|---|------------|-------|
|            |   |          |          |            |   |            |       |
|            |   |          |          |            |   |            |       |
| 0          | 0 | 0        | 0        | 0          | 0 | 0          |       |
| 1          | 1 | 1        | 1        | 1          | 1 | 1          |       |
| 2          | 2 | 2        | 2        | 2          | 2 | 2          |       |
| 3          | 3 | 3        | 3        | 3          | 3 | 3          |       |
| 4          | 4 | 4        | 4        | 4          | 4 | 4          |       |
| 5          | 5 | 5        | 5        | 5          | 5 | 5          |       |
| 6          | 6 | <b>6</b> | <b>6</b> | 6          | 6 | 6          |       |
| $\bigcirc$ | 7 | 7        | 7        | $\bigcirc$ | 7 | $\bigcirc$ |       |
| 8          | 8 | 8        | 8        | 8          | 8 | 8          |       |
| 9          | 9 | 9        | 9        | 9          | 9 | 9          |       |

|   | <ul><li>①</li><li>8</li><li>9</li></ul> | ①<br>8<br>9 | ①<br>⑧<br>⑨ | ①<br>8<br>9 | ①<br>⑧<br>⑨ | <ul><li>7</li><li>8</li><li>9</li></ul> | (7)<br>(8)<br>(9) |
|---|-----------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-----------------------------------------|-------------------|
|   |                                         |             |             | 2           |             |                                         |                   |
| ( | 問 1〕                                    | <i>a</i> =  |             |             |             |                                         |                   |
| ( | 問 2〕                                    | y =         |             |             |             |                                         |                   |
| ( | 問 3〕                                    |             | 【道          | き中の式*       | や計算な        | ど】                                      |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   |                                         |             |             |             |             |                                         |                   |
|   | (答え)                                    |             | (           |             |             |                                         | )                 |

# 解答用紙 数学

| 受 | 検 | 番 | 号 |  |
|---|---|---|---|--|
|   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |  |

cm

 $cm^2$ 

 ${\rm cm}^3$ 

|       |        | _     |              |
|-------|--------|-------|--------------|
|       | 3      |       | 4            |
| 〔問 1〕 | 度      | 〔問 1〕 |              |
| 〔問 2〕 | 【証明】   | 〔問 2〕 | 【 図や途中の式など 】 |
|       |        |       | J            |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        |       |              |
|       |        | (答え)  |              |
| 〔問 3〕 | $cm^2$ | 〔問3〕  |              |

## 正 答 表 数 学

#### マーク・解答上の注意事項

- 2 記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。
- 3 決められた欄以外にマークしたり、記入したりもないこと。

〔問1〕

| 良 | い | <b>9</b> 91 |            | 惠 | ţ,  | 例 |   |      |
|---|---|-------------|------------|---|-----|---|---|------|
|   | _ |             | <b>S</b> # | ➂ | 小さい | ١ | * | はみ出し |
| ľ | _ |             | 〇 丸囲み      | Ø | て斑  |   | ♦ | うすい  |

| 〔問2〕 | x=24 , $y=24$  | 5                |
|------|----------------|------------------|
| 〔問3〕 | 7 通り           | 5                |
| 〔問4〕 | $\frac{5}{12}$ | 5                |
| (問5) | 【作図】           |                  |
|      |                |                  |
|      |                |                  |
|      |                |                  |
|      |                |                  |
|      |                |                  |
|      |                |                  |
| X    |                | i e              |
| / \  |                | $\backslash /  $ |
|      |                | *                |
|      | m              | 1                |
|      | ,              |                  |
|      |                |                  |
|      |                | 5                |

|              |             |             |                      |             | *************************************** |              | 1     |
|--------------|-------------|-------------|----------------------|-------------|-----------------------------------------|--------------|-------|
|              | 受           | 検           |                      | 番           | 号                                       |              | (6一国) |
| · "          |             |             |                      |             |                                         |              |       |
| (0)          | <b>(0</b> ) | (0)         | OD)                  | <b>(D</b> ) | OD>                                     | ( <b>D</b> ) |       |
| $\odot$      | Œ           | ∞ (0)       | Œ                    | Œ           | Œ                                       | Œ            |       |
| (2)          | (2)         | (2)         | (2)                  | (2)         | (2)                                     | ②>           |       |
| <b>(3</b> )  | (3)         | <b>(3</b> ) | (3)                  | (3)         | (3)                                     | <b>(3</b> )  |       |
| <b>(4</b> )  | <b>(4</b> ) | <b>(3</b> ) | <b>(((((((((((((</b> | <b>(4</b> ) | ( <b>4</b> )                            | <b>(4</b> )  |       |
| <b>(5</b> )  | (5)         | <b>(5</b> ) | <b>⑤</b>             | <b>(5</b> ) | (5)                                     | <b>(5</b> )  |       |
| <b>(6)</b>   | <b>(6</b> ) | (B)         | <b>(b</b> )          | <b>(5</b> ) | <b>(6)</b>                              | (6)          |       |
| <b>(T)</b>   | (D)         | (1)         | Œ                    | Œ           | (D)                                     | ⇕            |       |
| <b>(3</b> )  | (8)         | (B)         | (B)                  | ⟨8⟩         | (8)                                     | (₹)          |       |
| ( <b>ā</b> ) | <b>(9</b> ) | <b>®</b>    | <b>(9</b> )          | <b>(9</b> ) | (9)                                     | (B)          |       |

|      | 2                             |    |
|------|-------------------------------|----|
| 〔問1〕 | $a=\frac{7}{32}$              | 7  |
| 〔問2〕 | $y=\frac{1}{2}x+\frac{10}{3}$ | 8  |
| (問3) | 【 途中の式や計算など 】                 | 10 |

 $y = \frac{1}{4}x^2$ は A (4,4) を通るから,

点Aを通り傾き  $\frac{1}{2}$  の直線  $\ell$  は  $y = \frac{1}{2}x + 2$ 

y=0 を代入して x=-4

点Pの x 座標は -4

5

点Qを通りy軸に平行な直線と直線 lとの交点をR

点Qのx座標をsとすると

$$QR = \frac{1}{2}s + 2 - \left(-\frac{1}{8}s^2\right) = \frac{1}{8}s^2 + \frac{1}{2}s + 2$$

 $\triangle APQ = \triangle ARQ + \triangle PQR$ であるから,

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{8} s^2 + \frac{1}{2} s + 2 \right) (4 - (-4)) = \frac{129}{8}$$

$$4s^2 + 16s - 65 = 0$$

$$s = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \times 4 \times (-65)}}{2 \times 4}$$

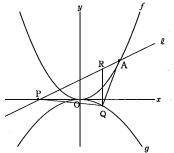
$$=\frac{-16\pm\sqrt{16(16+65)}}{2\times4}$$

$$=\frac{-16\pm4\times9}{2\times4}$$

$$=\frac{-4\pm 9}{2}$$

$$0 < s \le 4 \text{ } \text{$t$ } \text{$t$ } \text{$t$ } \text{$t$ } \text{$t$ } = \frac{5}{2}$$

$$Q\left(\frac{5}{2}, -\frac{25}{32}\right)$$



(答文)  $\left(\frac{5}{2}, -\frac{25}{32}\right)$ 

### 解答用紙

|      | 3    |    |
|------|------|----|
| 〔問1〕 | 18 度 | 7  |
| 〔問2〕 | 【証明】 | 10 |

△BCFと△DCEにおいて, 四角形ABCDは正方形であるから、BC=DC …①

ĈPにおける円周角より、 ∠CBP=∠CDP=∠CDE…②

 $\angle BCF = \angle BCD + \angle DCF = 90^{\circ} + \angle DCF$ 

 $\angle DCE = \angle ECF + \angle DCF = 90^{\circ} + \angle DCF$ 

よって、∠BCF=∠DCE…③

①、②、③より1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

 $2\sqrt{3}\pi$ 

 $cm^2$ 

8

 $\triangle BCF \equiv \triangle DCE$ 

合同な三角形の対応する辺は等しいから、

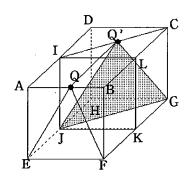
CF = CE

[問3]

すなわち CE=CF



|      | 4              |    |
|------|----------------|----|
| 〔問1〕 | $\sqrt{51}$ cm | 7  |
| 〔問2〕 | 【 図や途中の式など 】   | 10 |



点 Qを通り辺ADに平行な直線と線分CIとの交点をQ'とすると, △Q'JG(上の図の斜線部分)が点 P が動きうる範囲である。 底辺を JG としたときの高さは変化せず5cmで、

JG=  $5\sqrt{2}$  cmである。

よって、求める面積は

$$\frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 5 = \frac{25\sqrt{2}}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

| ¢    |                        |                 |
|------|------------------------|-----------------|
| (答え) | $\frac{25\sqrt{2}}{2}$ | cm <sup>2</sup> |

| 〔問3〕 | $\frac{125}{12} \qquad \text{cm}^3$ | 8 |
|------|-------------------------------------|---|