6
|
八

数

学

数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，3ページから9ページにわたって印刷してあります。また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**HB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

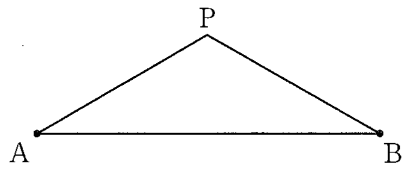
1　次の各問に答えよ。

〔問 1〕　$\dfrac{(-\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)}{2}-\dfrac{2\sqrt{2}-3\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$　を計算せよ。

〔問 2〕　2 次方程式　$3(x-1)(x-2)+2(x-3)+3=0$　を解け。

〔問 3〕　1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。
大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ が整数である確率を求めよ。
ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 4〕　右の図で，△ABP は，線分 AB を一辺とする，AP = BP，∠APB = 120° の二等辺三角形である。
解答欄に示した図をもとにして，点 P を 1 つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

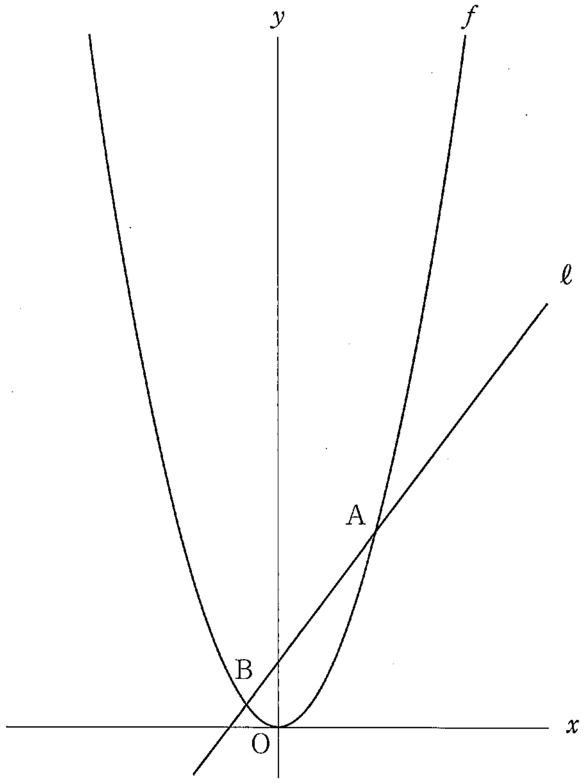


2　右の**図１**で，点Oは原点，曲線fは関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ，直線ℓは１次関数$y=ax+b\,(a>0,\ b>0)$のグラフを表している。

曲線fと直線ℓとの交点のうち，x座標が正の数である点をA，x座標が負の数である点をBとする。

次の各問に答えよ。

図１

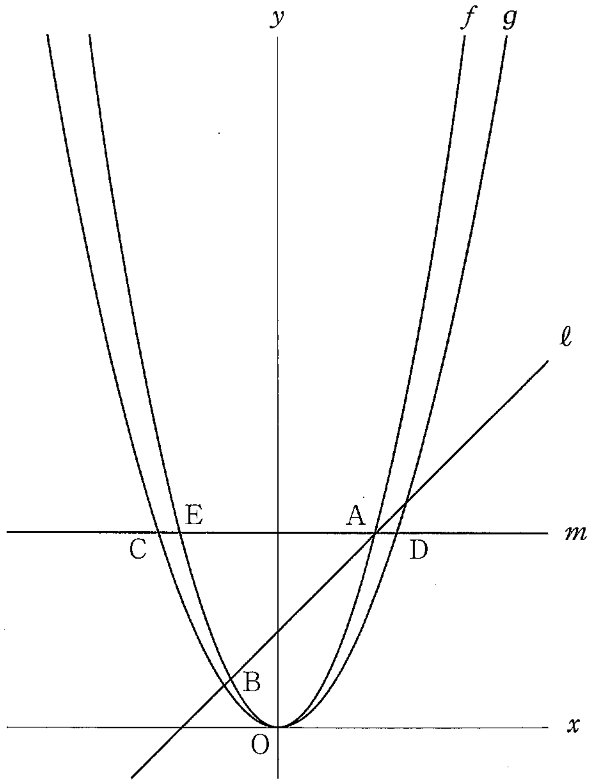


〔問１〕　xの変域$-2 \leqq x \leqq 4$に対する，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のyの変域と１次関数$y=ax+b$のyの変域が一致するとき，a，bの値をそれぞれ求めよ。

〔問２〕　右の**図２**は，**図１**において，点Aの座標が（4，8）のとき，関数$y=\frac{8}{25}x^2$のグラフを表す曲線をg，点Aを通りx軸に平行な直線をmとし，直線mと曲線gとの交点のうち，x座標が負の数である点をC，正の数である点をD，直線mと曲線fとの交点のうち，点Aとは異なる点をEとした場合を表している。

点Oと点A，点Oと点C，点Oと点Dをそれぞれ結んでできる△OACの面積と△ODCの面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

図２



〔問 3〕　右の**図 3** は，**図 2** において，
点 B の x 座標が -2，
直線 ℓ の式が $y = x + 4$
のとき，点 O と点 A，
点 O と点 B，点 B と点 E
をそれぞれ結び，
曲線 f 上にある点を F，
曲線 g 上にある点を G とした
場合を表している。

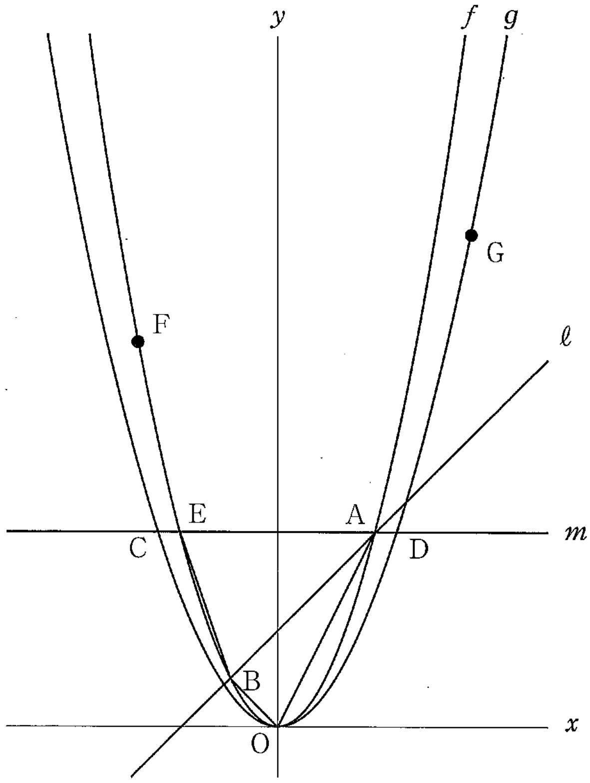
点 F の x 座標は負の数，
点 G の x 座標は正の数，
2 点 F，G はともに
直線 ℓ 上にないとする。

点 A と点 F，点 B と点 F，
点 A と点 G，点 B と点 G を
それぞれ結んだ場合を考える。

△BAF の面積と
△BAG の面積と
四角形 OAEB の面積がすべて
等しいとき，2 点 F，G を通る
直線の式を求めよ。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 3



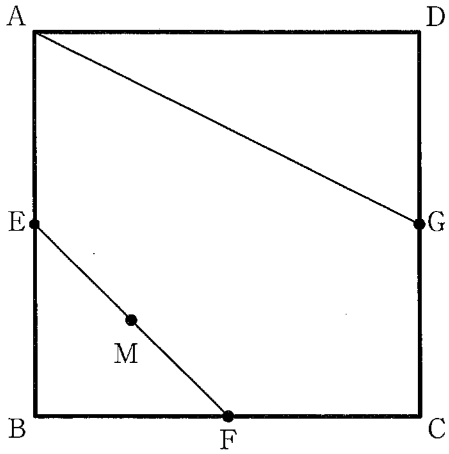
3 右の**図１**で，四角形 ABCD は１辺の長さが 8 cm の正方形である。

辺 AB，辺 BC，辺 CD の中点をそれぞれ E，F，G とする。

頂点 A と点 G，点 E と点 F をそれぞれ結び，線分 EF の中点を M とする。

次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕 **図１**において，線分 AG の中点を N とし，点 M と点 N を結んだ場合を考える。

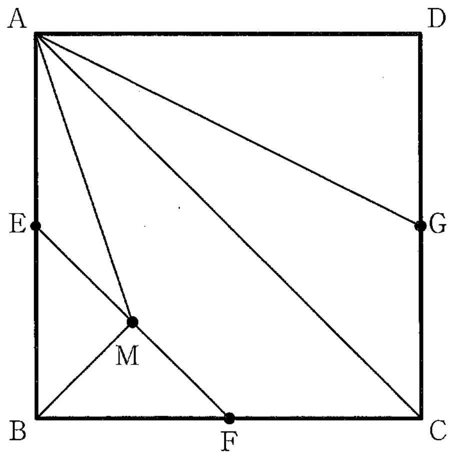
線分 MN の長さは何 cm か。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，頂点 A と頂点 C，頂点 A と点 M，頂点 B と点 M をそれぞれ結んだ場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

(1) △ABM ∽ △ACG であることを証明せよ。

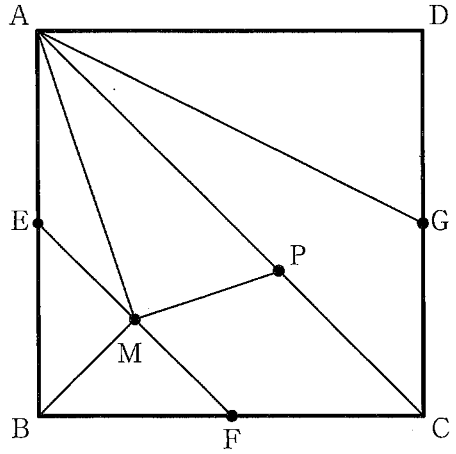
図２



(2) 右の**図３**は，**図２**において，線分AC上にある点をPとし，点Mと点Pを結んだ場合を表している。

$\angle AMP = 90°$ のとき，$\triangle AMP$ の面積は何 cm^2 か。

図３



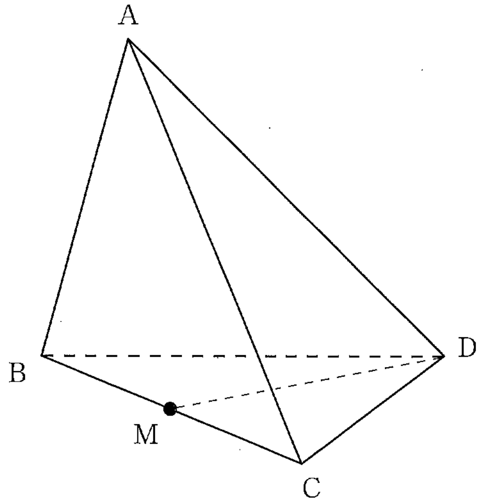
4 右の**図1**に示した立体 A − BCD は，$AB = AC = BD = CD$，$BC = AD = 6$ cm の四面体である。

辺 BC の中点を M とし，頂点 D と点 M を結ぶ。

DM = 4 cm とする。

次の各問に答えよ。

図1



〔問 1〕 立体 A − BCD の表面積は何 cm^2 か。

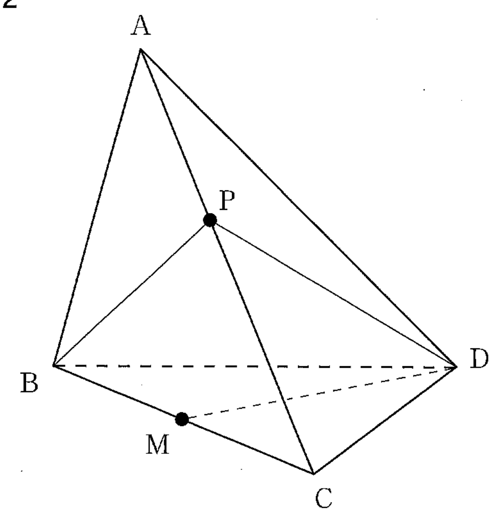
〔問 2〕 **図1**において，頂点 A と点 M を結んだ場合を考える。

立体 A − BMD の体積は何 cm^3 か。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

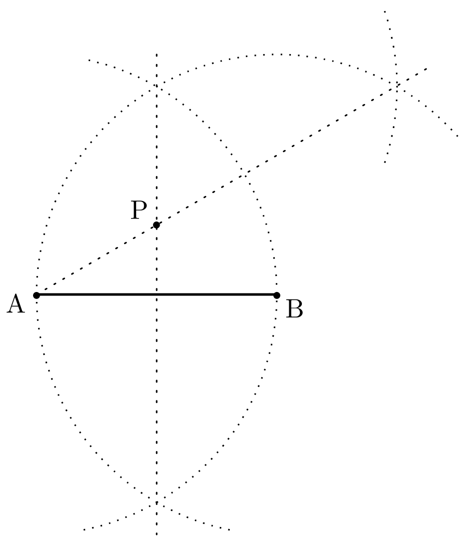
〔問 3〕 右の**図 2** は，**図 1** において，
辺 AC 上にある点を P とし，
頂点 B と点 P，頂点 D と点 P を
それぞれ結んだ場合を表している。
BP + PD = ℓ cm とする。
点 P を辺 AC 上において動かすとき，
最も小さくなる ℓ の値を求めよ。

図 2



数　　学

$\boxed{1}$		点
〔問 1〕	-9	6
〔問 2〕	$\dfrac{7 \pm \sqrt{13}}{6}$	6
〔問 3〕	$\dfrac{7}{36}$	6
〔問 4〕解答例		7



$\boxed{2}$		点
〔問 1〕	$a = \dfrac{4}{3}$，　$b = \dfrac{8}{3}$	7
〔問 2〕	$\triangle$OAC : $\triangle$ODC ＝ 9 : 10	8
〔問 3〕解答例	【　途中の式や計算など　】	10

直線 ℓ と y 軸との交点を P とすると，
$\ell : y = x + 4$ より，

$\mathrm{P}(0, 4)$

点 E を通り直線 ℓ に平行な直線を n とし，
n と y 軸との交点を Q，
2 点 F，G を通る直線と y 軸との交点を R とする。

直線 n の式は，$y = x + k$ と表せる。
点 A の y 軸対称の点 $\mathrm{E}(-4, 8)$ を通るから，

$8 = -4 + k$

$k = 12$ より，　$y = x + 12$

$\mathrm{Q}(0, 12)$

線分 AB を底辺と考えることにより，
$\triangle$BAE と $\triangle$BAQ の面積は等しく，
$\triangle$BAF，$\triangle$BAR，$\triangle$BAG，四角形 OAEB
の面積はすべて等しい。

$\triangle$OAB と $\triangle$BAQ において，
線分 AB を底辺とした高さの比は

$\mathrm{OP} : \mathrm{PQ} = 4 : (12 - 4) = 1 : 2$

であるから，
$\triangle$BAQ の面積と $\triangle$BAR の面積の比は，

$2 : (1 + 2) = 2 : 3$

したがって，

$\mathrm{PR} = \dfrac{3}{2}\mathrm{PQ} = \dfrac{3}{2}(12 - 4) = 12$

$\mathrm{OR} = \mathrm{OP} + \mathrm{PR} = 4 + 12 = 16$

$\mathrm{R}(0, 16)$ であるから，2 点 F，G を通る直線の式は，

$y = x + 16$

(答え)　　$y = x + 16$

$\boxed{3}$			点
〔問 1〕		$2\sqrt{5}$　　cm	7
〔問 2〕解答例	(1)	【 証 明 】	10

△ABM と △ACG において，
点 M は直角二等辺三角形である △BFE の
斜辺 EF の中点であり，
線分 AC は四角形 ABCD の対角線で，
四角形 ABCD は正方形であるから，

$$\angle \mathrm{ABM} = \angle \mathrm{ACG} = 45^\circ \quad \cdots ①$$

$$\mathrm{AB} : \mathrm{AC} = 1 : \sqrt{2} \quad \cdots ②$$

また，

$$\mathrm{BM} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{BE} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

であるから，

$$\mathrm{BM} : \mathrm{CG} = 2\sqrt{2} : 4 = 1 : \sqrt{2} \quad \cdots ③$$

①，②，③ より，
2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから，

$$\triangle \mathrm{ABM} \backsim \triangle \mathrm{ACG}$$

〔問 2〕	(2)	10　　cm^2	8

$\boxed{4}$		点
〔問 1〕	48　　cm^2	7
〔問 2〕解答例	【 途中の式や計算など 】	10

△ABC と △DBC は合同な二等辺三角形
であるから，

$$\mathrm{AM} \perp \mathrm{BC} \quad \cdots ①$$

$$\mathrm{DM} \perp \mathrm{BC} \quad \cdots ②$$

$$\mathrm{AM}=\mathrm{DM} \quad \cdots ③$$

辺 AD の中点を N とし，点 M と点 N を結ぶ。
③ より，△AMD は二等辺三角形であるから，

$$\mathrm{AD} \perp \mathrm{MN}$$

△MDN において，三平方の定理により，

$$\mathrm{MD}^2 = \mathrm{MN}^2 + \mathrm{DN}^2$$

$\mathrm{MD}= 4$，$\mathrm{DN}= \frac{1}{2}\mathrm{AD}= 3$ であるから，

$$\mathrm{MN}^2 = \mathrm{MD}^2 - \mathrm{DN}^2 = 4^2 - 3^2 = 7$$

$\mathrm{MN}> 0$ より，　$\mathrm{MN}= \sqrt{7}$
よって，

$$\triangle \mathrm{AMD} = \frac{1}{2} \times \mathrm{AD} \times \mathrm{MN}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

さらに，①，② より，
辺 BC と △AMD は垂直に交わる。

したがって，求める体積は，

$$\frac{1}{3} \times \triangle \mathrm{AMD} \times \mathrm{BM} = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{7} \times 6 \times \frac{1}{2}$$

$$= 3\sqrt{7} \quad (\mathrm{cm}^3)$$

(答え)　$3\sqrt{7}$　　cm^3

〔問 3〕	$\sqrt{97}$	8