

数 学

(問 題)

2023年度

〈R05174061〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は3～6ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 解答用紙記入上の注意
 - (1) 解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。
 - (4) 解答用紙は折り線で山折りにしてから解答すること。
 - (5) 必要な式と計算は、解答用紙の計算欄に書くこと。
 - (6) 答の $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単にし、分数は、それ以上約分できない形で答えること。
5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが、どのページも切り離さないこと。
7. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
8. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
9. この問題冊子は持ち帰ること。

1 次の問いに答えよ。

(1) n を自然数とする。 $N = 3n^2 + 72n + 260$ とおくとき、次の問いに答えよ。

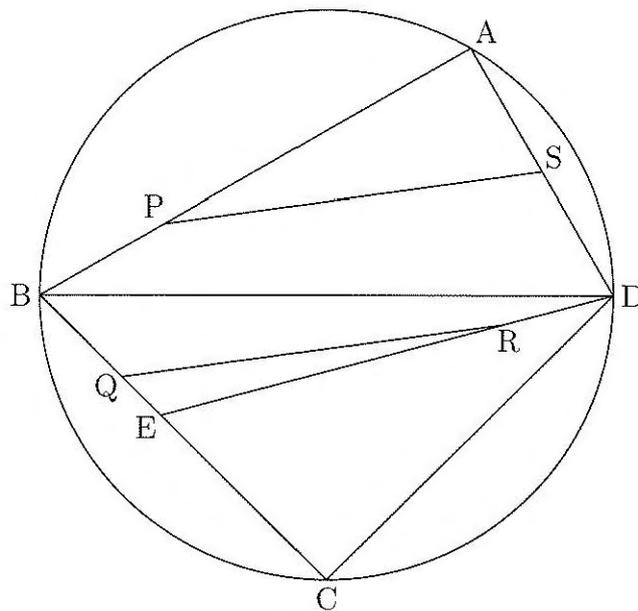
① $N = 3(n + A)^2 - B$ と変形するとき、 A, B にあてはまる整数をそれぞれ求めよ。

② N と 2023 の差が最も小さくなるような自然数 n を求めよ。

(2) 下の図において、四角形 ABCD は円に内接している。弧 BC の長さは弧 CD の長さと等しく、 $\angle DAB = 90^\circ$ 、 $BD : DA = 2 : 1$ である。

点 E は四角形 ABCD の辺 BC 上の点であり、 $\angle ABE = \angle ADE$ である。また、点 P, Q, R, S はそれぞれ四角形 ABED の辺 AB, BE, ED, DA 上にあり、 $PB = SD$ 、 $QB = RD$ 、 $PS = QR$ である。

このとき、四角形 PBDS の面積は四角形 BQRD の面積の何倍か求めよ。



2 下の図1, 図2のような多面体 P について考える。

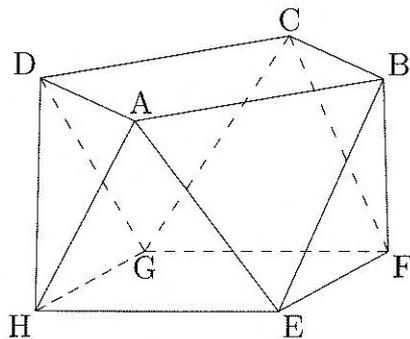


図1: 見取り図

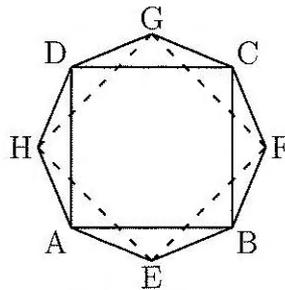


図2: 真上から見た図

多面体 P の上面の四角形 $ABCD$, 底面の四角形 $EFGH$ はいずれも1辺の長さが1の正方形であり, 四角形 $ABCD$ を含む平面と四角形 $EFGH$ を含む平面は平行である。また, 側面の三角形はすべて正三角形である。

このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 多面体 P の表面積を求めよ。
- (2) 辺 AE , EB , BF の中点をそれぞれ L , M , N とする。3点 L , M , N を通る平面で多面体 P を切ったときにできる断面の図形の面積を求めよ。
- (3) 3点 D , E , G を通る平面で多面体 P を切ったときにできる断面の図形の周りの長さを求めよ。
- (4) 四角形 $ABCD$ を含む平面と四角形 $EFGH$ を含む平面との距離を h とするとき, h^2 の値を求めよ。

3

a を正の定数とする。放物線 $y = x^2$ と直線 $y = ax + 2a$ との交点を A, B とし、放物線 $y = x^2$ と直線 $y = (3\sqrt{2} - 4)x + 6\sqrt{2} - 8$ との交点を C, D とする。ただし、点 A の x 座標は -1 であり、点 C の x 座標は点 D の x 座標よりも小さい。また、直線 $y = ax + 2a$ と x 軸との交点を E とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) $\frac{EA}{EB}$ の値を求めよ。
- (3) 点 C の x 座標を求めよ。
- (4) 4点 A, B, C, D を頂点とする四角形の面積を求めよ。

4

正の数 a に対して、 a の小数第 1 位を四捨五入して得られる整数を $\langle a \rangle$ で表すこととする。例えば、 $\langle 0.2 \rangle = 0$ 、 $\langle 11.75 \rangle = 12$ である。2 つの正の数 x 、 y が $y = 2x + 5$ を満たしているとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\langle x \rangle = 1$ となるようなすべての x に対して、 $\langle y \rangle$ のとり得る値をすべて求めよ。
- (2) $\langle y \rangle - 2 \langle x \rangle$ のとり得る値をすべて求めよ。
- (3) $\langle y \rangle + 2 \langle x \rangle = 30$ が成立するとき、次の問いに答えよ。
 - ① $\langle y \rangle$ の値を求めよ。
 - ② x のとり得る値のうち、最も小さい値を求めよ。

[以 下 余 白]

数 学

解 答 用 紙

<R05174061>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) 所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

<R05174061>

受験番号	万	千	百	十	一
氏名					

(注意) 所定の欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。

- 注 意
1. 解答用紙は折り線のところで山折りにしてから解答すること。
 2. 必要な式と計算は、各問いの計算欄に書くこと。
 3. 答の $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単にし、分数は、それ以上約分できない形で答えること。

1 計算欄

答 (1) ① $A = \quad, B = \quad$

②

(2)

1 (1) ①

②

(2)

2 計算欄

答 (1)

(2)

(3)

(4)

2 (1)

(2)

(3)

(4)

折 り 線

3 計算欄

答 (1)

(2)

(3)

(4)

3 (1)

(2)

(3)

(4)

4 計算欄

(1)

(2)

(3) ①

②

4 (1)

(2)

(3) ①

②

早大高等学院 解答

1 (1) ① $A = 12$ $B = 172$ ② $n = 14$ (2) $\sqrt{3}$ 倍

2 (1) $2\sqrt{3}+2$ (2) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ (3) $\sqrt{2}+3$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3 (1) $a = 1$ (2) $\frac{EA}{EB} = \frac{1}{4}$ (3) $x = \sqrt{2} - 2$ (4) $\frac{35}{2}\sqrt{2}-21$

4 (1) 6,7,8 (2) 4,5,6 (3) ① 18 ② 6.25