

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 10 分です。
- 3 声を出して読むはいけません。
- 4 解答は全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは全て解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $(2\sqrt{5}-3\sqrt{3})(3\sqrt{5}+2\sqrt{3})-\left(\frac{\sqrt{15}-3}{\sqrt{2}}\right)^2$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式 $(2x-1)^2-2(2x-1)=35$ を解け。

〔問3〕 連立方程式
$$\begin{cases} \frac{2x+1}{3}-\frac{-y+3}{2}=\frac{1}{6} \\ 0.2(x+y)=\frac{1}{2}y+1 \end{cases}$$
 を解け。

〔問4〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。
大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とするとき、
 $2a+b$ の値が素数になる確率を求めよ。
ただし、大小2つのさいころはともに1から6までどの目が出ることも
同様に確からしいものとする。

〔問5〕 ある本の5日間の売り上げ冊数を調べたところ、次のような結果となった。

4, 8, 3, 7, 6

この5つの数値のうち、1つが誤りであることが分かった。

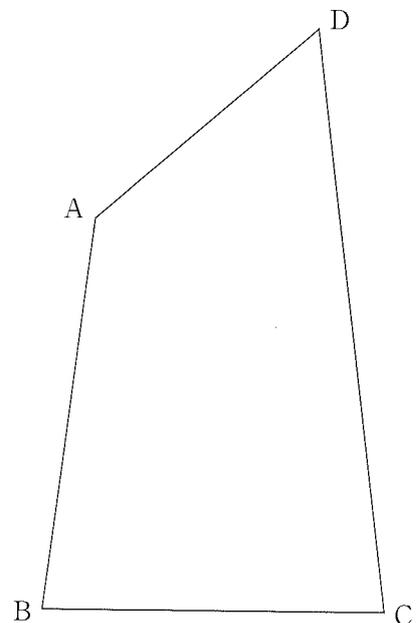
正しい数値に基づく平均値は6冊、中央値は7冊であるとき、

誤っている数値を選び、正しく直した数値を答えよ。

〔問6〕 右の図で、四角形 ABCD は、 $\angle BAD$ が鈍角の四角形である。

解答欄に示した図をもとにして、頂点 A が頂点 C に重なるように1回だけ折るとき、頂点 D が移る点 E を、定規とコンパスを用いて作図によって求め、点 E の位置を示す文字 E も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



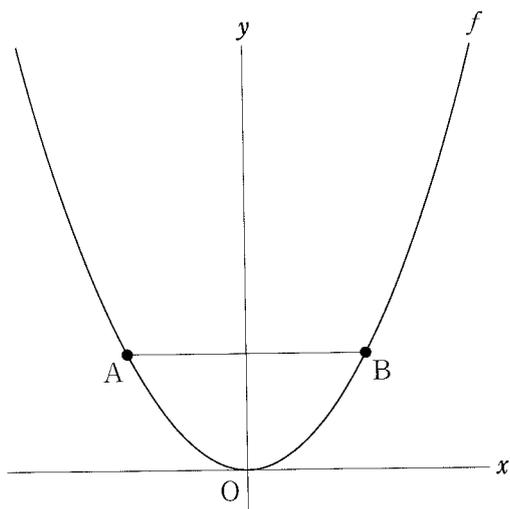
2 右の図1で、点Oは原点、曲線 f は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

点A、点Bはともに曲線 f 上にあり、
 y 座標は等しく、点Aの x 座標は負の数で、
 点Bの x 座標は正の数である。

点Aと点Bを結ぶ。

原点から点(1, 0)までの距離、および原点から
 点(0, 1)までの距離をそれぞれ1cmとして、
 次の各問に答えよ。

図1



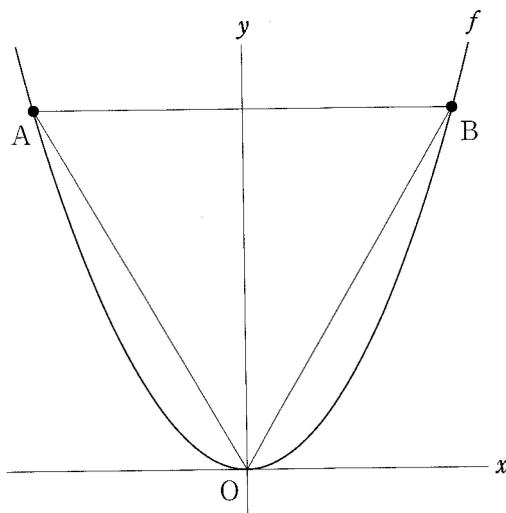
〔問1〕 右の図2は、図1において、点Aと点O、
 点Bと点Oをそれぞれ結んだ場合を
 表している。

次の(1)、(2)に答えよ。

(1) 線分ABと y 軸との交点をCとした場合を
 考える。

$\triangle OAB$ が正三角形となるときの、点Cの
 y 座標を求めよ。

図2

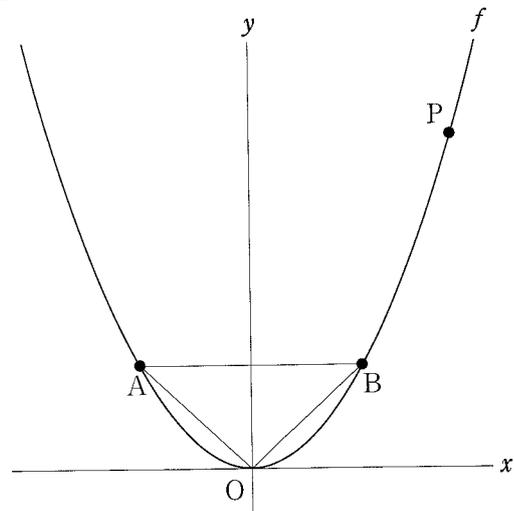


(2) 右の図3は、図2において、曲線 f 上にあり、
 x 座標が点Bの x 座標よりも大きい点をPとし、
 $\angle AOB = 90^\circ$ の場合を表している。

点Oと点P、点Bと点Pをそれぞれ結んだ
 場合を考える。

$\triangle OBP$ の面積と $\triangle OAB$ の面積が等しく
 なるとき、点Pの座標を求めよ。

図3



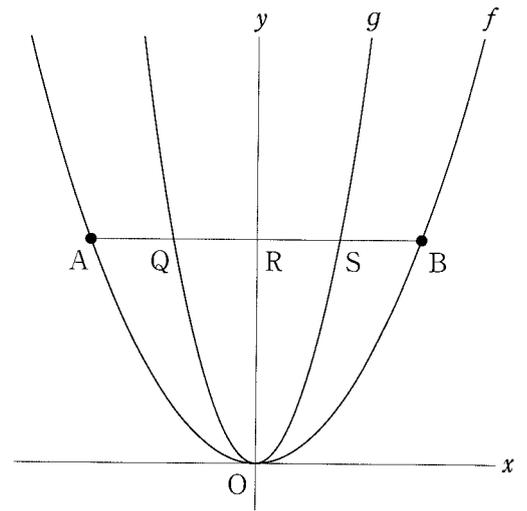
[問2] 右の図4は、図1において、関数 $y = ax^2$ ($a > \frac{1}{2}$) のグラフを表す曲線を g 、線分 AB と曲線 g および y 軸との交点を x 座標が小さい順に Q, R, S とし、 $AQ = QR = RS = SB$ の場合を表している。

点 Q を通り y 軸に平行な直線と、点 S を通り y 軸に平行な直線をそれぞれ引き、曲線 f との交点をそれぞれ Q', S' とし、点 Q' と点 S' を結んだ場合を考える。

四角形 $QQ'S'S$ が正方形のとき、四角形 $QQ'S'S$ の面積は何 cm^2 か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

図4



3 右の図1で、四角形 ABCD は1辺の長さが6 cm の正方形である。

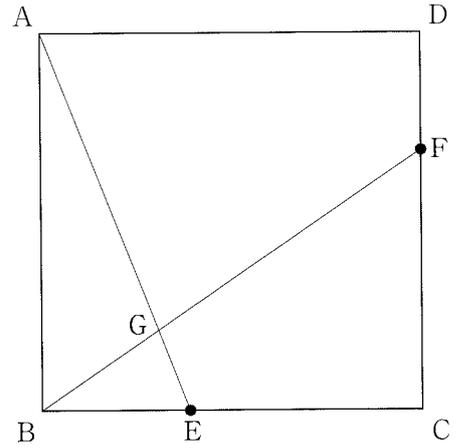
点 E は、辺 BC 上にある点で、頂点 B、頂点 C のいずれにも一致しない。

点 F は、辺 CD 上にある点で、頂点 C、頂点 D のいずれにも一致しない。

頂点 A と点 E、頂点 B と点 F をそれぞれ結び、線分 AE と線分 BF との交点を G とする。

次の各問に答えよ。

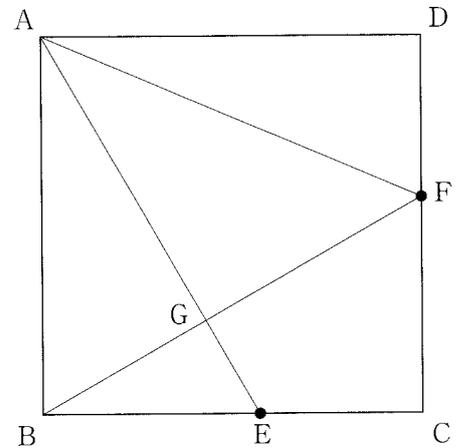
図1



[問1] 右の図2は、図1において、頂点 A と点 F を結び、 $\angle BAE = \angle CBF$ の場合を表している。

$\angle BAE = 30^\circ$ のとき、 $\triangle AGF$ の面積は何 cm^2 か。

図2



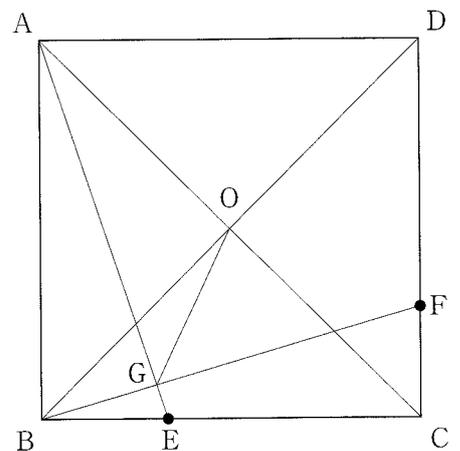
[問2] 右の図3は、図1において、頂点 A と頂点 C、頂点 B と頂点 D をそれぞれ結び、線分 AC と線分 BD との交点を O とし、点 O と点 G を結び、 $BE = CF$ の場合を表している。

次の(1)、(2)に答えよ。

(1) 4点 A, B, G, O は1つの円周上にあることを証明せよ。

(2) $BE = 2 \text{ cm}$ のとき、 $\triangle AGO$ の面積は何 cm^2 か。

図3



4 右の図1に示した立体 $ABCD - EFGH$ は、1辺の長さが 6 cm の立方体である。

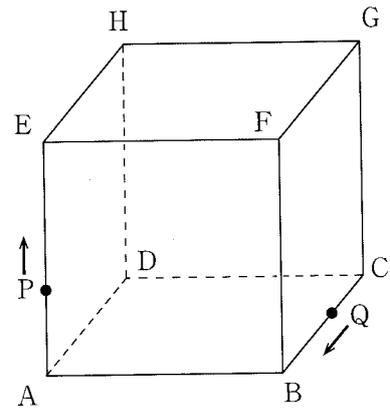
点 P は、頂点 A を出発し、辺 AE 、辺 EF 上を毎秒 2 cm の速さで動き、6秒後に頂点 F に到着する。

点 Q は、点 P が頂点 A を出発するのと同時に頂点 C を出発し、辺 CB 上を毎秒 1 cm の速さで動き、6秒後に頂点 B に到着する。

点 P が頂点 A を出発してから経過した時間を t 秒 ($0 < t < 6$) とする。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 点 P と点 Q を結んだ場合を考える。

$t = 1$ のとき、線分 PQ の長さは何 cm か。

〔問2〕 頂点 A と点 P 、頂点 A と点 Q 、頂点 B と点 P 、点 P と点 Q をそれぞれ結んだ場合を考える。

立体 $P-ABQ$ の体積が 6 cm^3 となる t の値を全て求めよ。

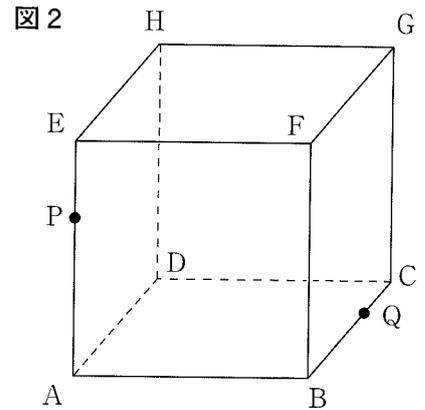
ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

[問3] 次の(1), (2)に答えよ。

(1) 右の図2は、図1において、 $t=2$ の場合を表している。

下の [] は、立体 $ABCD-EFGH$ を3点 F, P, Q を通る平面で2つに分けたときの、頂点 B を含む立体の体積に関する太郎と花子の会話文である。

[] の会話文の中の (ア), (イ) に当てはまる値を求めよ。



太郎： 3点 F, P, Q を通る平面を考えると、この平面と辺 AD との交点があるよね。
 花子： そうだね。その交点を R として点 R と点 P , 点 R と点 Q をそれぞれ結んでみると何か分からないかな。
 太郎： うーん、求める立体の形は見えてきたけど…、どうやってこの体積を求めればよいのかな。
 花子： こんなときは、いろいろ補助線を引いてみようよ。
 太郎： なるほど…。そうか、3点 F, P, Q を通る平面は辺 BA の延長線と交わるね。
 花子： 確かにそうだね。その交点を S として、相似な三角形に着目すると、
 $AS =$ (ア) cm になるね。
 太郎： ということは、同じように考えると、線分 AR の長さも分かるので、立体 $S-BFQ$ の体積から立体 $S-APR$ の体積を引いて、求める体積は $\frac{152}{3} \text{cm}^3$ になったよ。
 花子： 私は立体 $S-BFQ$ の体積と立体 $S-APR$ の体積の比、(イ):8 から答えを出したよ。
 太郎： なるほど。その方法でも同じ答えになるね。

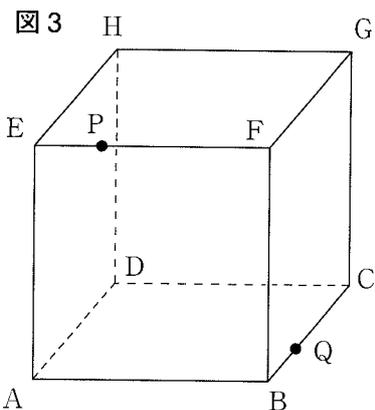
(2) 下の [] は、(1)の太郎と花子の会話の続きの会話文である。

[] の会話文の中の (ウ) に当てはまる値を求めよ。

花子： 他の秒数のときや、異なる平面で分けたときも考えてみようよ。

太郎： いいね。例えば右の図3のように、図1において、 $t=4$ の場合について、立体 $ABCD-EFGH$ を3点 G, P, Q を通る平面で2つに分けたとき、頂点 F を含む立体の体積を同じように考えて求めると、(ウ) cm^3 になるね。

花子： すごい！一度考え方が分かるといういろいろ応用できるね。



1		
[問 1]	$-2\sqrt{15}$	問1 5
[問 2]	$4, -2$	問2 5
[問 3]	$x=3, y=-\frac{4}{3}$	問3 6
[問 4]	$\frac{13}{36}$	問4 6
[問 5]	誤っている数値 6	問5 6
	正しく直した数値 8	
[問 6]		問6 6

2		
[問 1](1)	6	問1(1) 6
[問 1](2)	$P(4, 8)$	問1(2) 6
[問 2]	【途中の式や計算など】	問2 10

点Sのx座標をs($s > 0$)とすると、2点S, Bの座標は
 $S(s, as^2), B(2s, 2s^2)$
 2点S, Bのy座標は等しいから、 $as^2 = 2s^2$
 よって、 $a = 2$
 したがって、直線gの式は $y = 2x^2$ となり、
 4点Q, Q', S, S'の座標は
 $Q(-s, 2s^2), S(s, 2s^2)$
 $Q'(-s, \frac{1}{2}s^2), S'(s, \frac{1}{2}s^2)$
 となる。四角形QQ'SS'は正方形なので各辺の長さは等しく、
 $QS = SS'$
 が成り立つ。よって、
 $s - (-s) = 2s^2 - \frac{1}{2}s^2$
 整理して、 $3s^2 - 4s = 0$
 すなわち、 $s(3s - 4) = 0$ より、 $s = 0, \frac{4}{3}$
 $s > 0$ であるから、 $s = \frac{4}{3}$
 よって、 $QS = \frac{8}{3}$ から、四角形QQ'SS'の面積は、
 $\frac{8}{3} \times \frac{8}{3} = \frac{64}{9} (\text{cm}^2)$

(答え) $\frac{64}{9} \text{ cm}^2$

3		
[問 1]	$\frac{36 - 9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$	問1 6
[問 2](1)	【証明】	問2 10

$\triangle ACE$ と $\triangle BDF$ において
 $AB = BC, BE = CF$ より
 $EC = FD \dots \textcircled{1}$
 辺AC, 辺BDは正方形の対角線より
 $AC = BD \dots \textcircled{2}$
 また、 $\angle ACE = \angle BDF = 45^\circ \dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ より、2組の辺と
 その間の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle ACE \cong \triangle BDF$
 したがって、 $\angle EAC = \angle FBD$ より
 $\angle OAG = \angle OBG$
 2点A, Bは直線OGについて
 同じ側にある点である。

4点A, B, G, Oは同じ円の円周上にある点である。

(問 2)(2) $\frac{27}{5} \text{ cm}^2$ 問3
6

4		
[問 1]	$\sqrt{65} \text{ cm}$	問1 4
[問 2]	【途中の式や計算など】	問2 10

立体P-ABQの体積をVとする。
 [1] $0 < t \leq 3$ のとき
 $V = 6 \times (6-t) \times \frac{1}{2} \times 2t \times \frac{1}{3} = 2t(6-t)$
 $V = 6$ より $2t(6-t) = 6$,
 $t^2 - 6t + 3 = 0$
 これを解いて $t = 3 \pm \sqrt{6}$
 $0 < t \leq 3$ より $t = 3 - \sqrt{6}$
 [2] $3 \leq t < 6$ のとき
 $V = 6 \times (6-t) \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 6(6-t)$
 $V = 6$ より $6(6-t) = 6$ よって $t = 5$
 これは $3 \leq t < 6$ に適する
 [1], [2]より $t = 3 - \sqrt{6}, 5$

(答え) $t = 3 - \sqrt{6}, 5$

[問 3] (1)	(ア)	12	問3(ア) 2
[問 3] (1)	(イ)	27	問3(イ) 2
[問 3] (2)	(ウ)	$\frac{104}{3}$	問3(ウ) 4

受 検 番 号	合計得点
	100