数　　学

5―西　数　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7 ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は 50 分で，終わりは**午前 11 時 10 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の　　の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\sqrt{\dfrac{25}{8}}-(3-\sqrt{5})\div\dfrac{(\sqrt{5}-1)^2}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 2 次方程式 $\dfrac{1}{2}(2x-3)^2+\dfrac{1}{3}(3-2x)=\dfrac{1}{6}$ を解け。

〔問 3〕 1 から 6 までの目の出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$a\sqrt{b}<4$ となる確率を求めよ。

ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

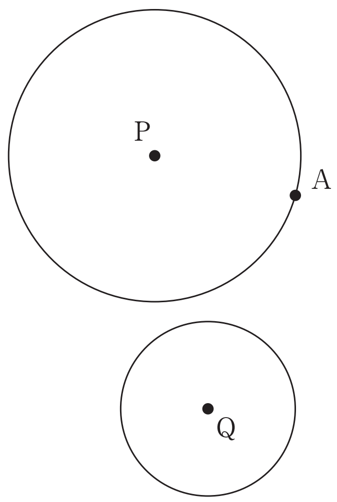
〔問 4〕 右の表は，ある中学校の生徒 40 人が行ったゲームの得点をまとめたものである。得点の中央値が 12.5 点であるとき，x，y の値を求めよ。

得点（点）	0	5	10	15	20	計
人数（人）	2	x	3	y	11	40

〔問 5〕 右の図のように，円 P と円 Q は互いに交点をもたず，円 P の周上に点 A がある。

解答欄に示した図をもとにして，点 A において円 P に接し，かつ円 Q にも接するような円の中心のうち，円 P および円 Q の外部にある円の中心 O を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，中心 O の位置を示す文字 O も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



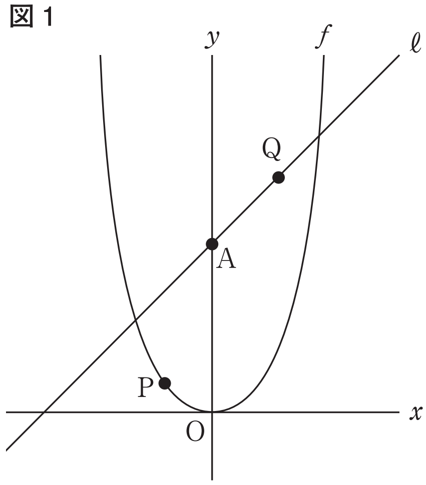
2 右の**図 1** で，点 O は原点，点 A の座標は $(0, 3)$ であり，直線 ℓ は一次関数 $y = x + 3$ のグラフ，曲線 f は関数 $y = 2x^2$ のグラフを表している。

曲線 f 上の点 P は，点 O を出発し，x 軸の負の方向に動き，直線 ℓ 上の点 Q は，点 A を出発し，x 軸の正の方向に動くものとする。

点 P と点 Q は同時に出発し，出発してから t 秒後の x 座標は，それぞれ $-\frac{t}{2}$，t である。

点Oから点（1, 0）までの距離，および点Oから点（0, 1）までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図 1



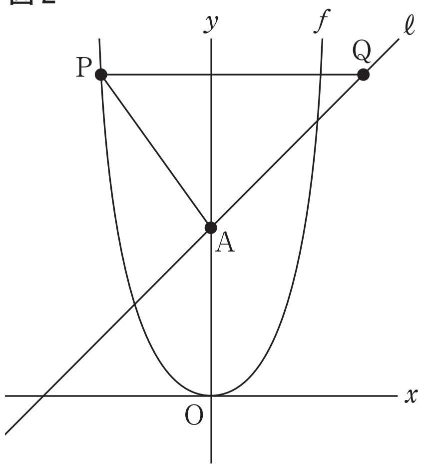
〔問 1〕 点 P が点 O を出発してから 1 秒後の 2 点 P，Q の間の距離は何 cm か。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，点 A と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ結び，線分 PQ が x 軸に平行な場合を表している。

△APQ の面積は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

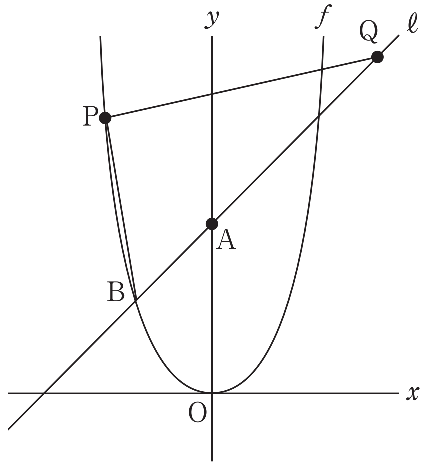
図 2



〔問 3〕　右の**図 3** は，**図 1** において，曲線 f と直線 ℓ との 2 つの交点のうち，x 座標が負の数である点を B とし，点 P が点 O を出発してから 3 秒後，点 P と点 Q，点 P と点 B をそれぞれ線分で結んだ場合を表している。

　このとき，△PBQ を直線 ℓ の周りに 1 回転してできる立体の体積は何 cm^3 か。

図 3

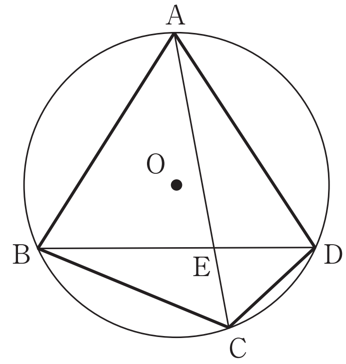


3　右の**図１**で，四角形 ABCD は，円 O の周上にすべての頂点がある四角形である。

頂点 A と頂点 C，頂点 B と頂点 D をそれぞれ結び，線分 AC と線分 BD との交点を E とする。

次の各問に答えよ。

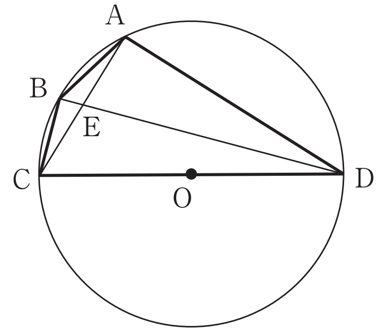
図１



〔問 1〕　右の**図２**は，**図１**において，辺 CD が円 O の直径に一致し，点 E が線分 AC の中点となる場合を表している。

CD＝10 cm，AD＝8 cm のとき，線分 DE の長さは何 cm か。

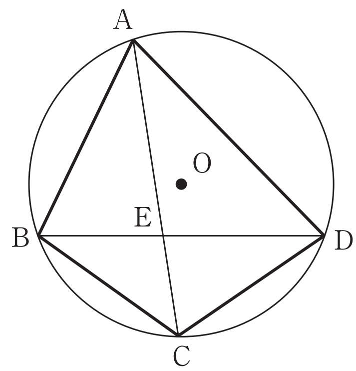
図２



〔問 2〕　右の**図３**は，**図１**において，∠ BAC＝∠ CAD の場合を表している。

AB＝6 cm，AD＝8 cm，∠ BAC＝30° のとき，△BCD の面積は何 cm^2 か。

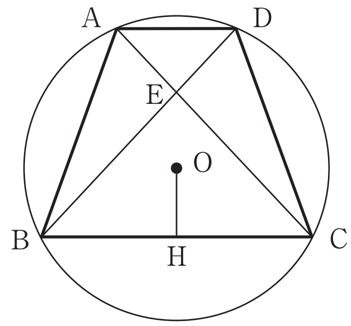
図３



〔問 3〕　右の**図 4** は，**図 1** において，点 O が四角形 ABCD の内部にあり，AC ⊥ BD となるとき，点 O から辺 BC に垂線を引き，辺 BC との交点を H とした場合を表している。

　このとき，AE × CH = OH × BE であることを証明せよ。

図 4



4 n を 1 より大きい整数とし，1 から n までの整数を 1 つずつ書いた n 枚のカードがある。これら n 枚のカードをよく混ぜて，左から順に横一列に並べてできる n 桁の数を A とする。

このAについて，以下の **【操作】** を行う。

次の **図 1** から **図 3** は，$n=4$ で A が 3421 の場合について，それぞれの **【操作】** 1 から 3 を表している。

【操作】

1　一番左のカードに書かれた数を確認し，その数を m とする。

2　左から m 枚のカードを順番に取り出す。

3　取り出したカードの順番を逆にして左から順に戻す。

図 1

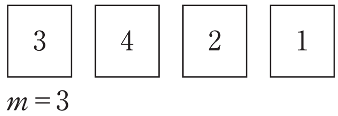


図 2

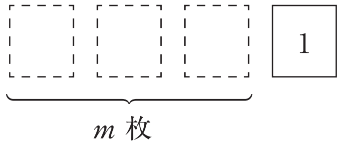
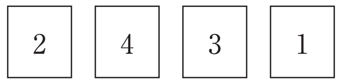


図 3



今，A に **【操作】** を繰り返し行い，一番左に書かれた数が 1 になったところで **【操作】** を終了する。また **【操作】** が終わるまでの回数を $N(\mathrm{A})$ とする。ただし，A の一番左の数が 1 であるときは **【操作】** を行わず，$N(\mathrm{A})=0$ とする。

例えば，$n=4$ として，A が 3421 の場合，**【操作】** を繰り返し行うと 3421 → 2431 → 4231 → 1324 となり，$N(3421)=3$ である。

次の各問に答えよ。

〔問 1〕　$N(31452)$ の値を求めよ。

〔問 2〕　$n=4$ とする。a，b，c，d は互いに異なる整数で 1，2，3，4 のいずれかとする。
以下の等式①，②，③が同時に成り立つとき，a，b，c，d の値を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や考え方なども書け。

① $N(abcd)+N(bcda)=N(abcd)$
② $N(abcd)\times N(cadb)=N(abcd)$
③ $N(abcd)=4$

〔問 3〕　$n=5$ で $N(\mathrm{A})\geqq 1$ とする。
　A に行った**【操作】**が終了したときの数を調べたところ，12345 や 14235 などは存在した。しかしどんな A で**【操作】**を行っても，**【操作】**が終了したときの数で，例えば，13254 は存在しなかった。全ての A について**【操作】**が終了したときに存在しなかった数を調べたところ，13254 も含めて全部で 9 個の数があることが分かった。
　これら 9 個の数の中で 3 番目に大きい数を求めよ。

＊受検番号欄は裏面にもあります。

(5－西)

解答用紙　数　学

受	検	番	号			
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、◯ の中を正確に塗りつぶすこと。

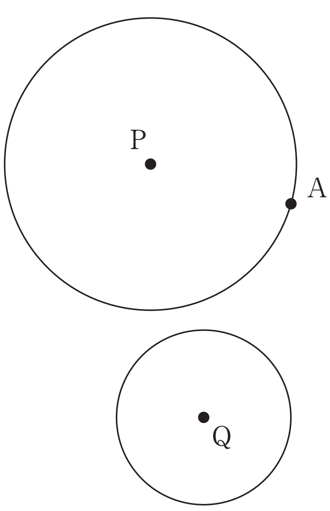
2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

良い例	悪い例		
●	線	小さい	はみ出し
	丸囲み	レ点	うすい

1

〔問 1〕	
〔問 2〕	
〔問 3〕	
〔問 4〕	$x =$ 　　　　　， $y =$
〔問 5〕	



2

〔問 1〕	cm
〔問 2〕	【　途中の式や計算など　】

（答え）　　　　cm^2

〔問 3〕	cm^3

解答用紙　**数　学**

受　検　番　号						

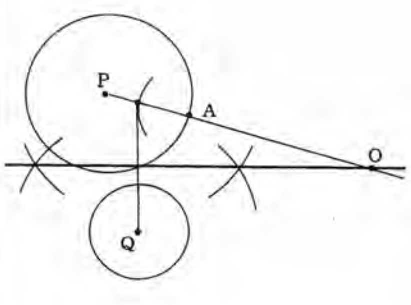
3	
〔問 1〕	cm
〔問 2〕	cm^2
〔問 3〕	【 証　明 】

4	
〔問 1〕	
〔問 2〕	【 途中の式や考え方など 】 （答え）a = 　, b = 　, c = 　, d =
〔問 3〕	

正答表　　　　数　　　学

1

		点
〔問 1〕	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	5
〔問 2〕	2, $\frac{4}{3}$	5
〔問 3〕	$\frac{5}{18}$	5
〔問 4〕	$x=15$, $y=9$	5
〔問 5〕 解答例		5



2

		点
〔問 1〕	$\frac{\sqrt{58}}{2}$ cm	7
〔問 2〕 解答例	【 途中の式や計算など 】	10

点 P が点 O を出発してから t 秒後の 2 点P，Q

の座標は $P\left(-\frac{t}{2}, \frac{t^2}{2}\right)$，$Q(t, t+3)$ であるので，

線分 PQ が x 軸と平行となるとき，$\frac{t^2}{2}=t+3$ が成立する。

$t^2-2t-6=0$ を解くと

$t=\frac{2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-6)}}{2}$

$t=\frac{2\pm\sqrt{28}}{2}$

$t=\frac{2\pm2\sqrt{7}}{2}$

$t=1\pm\sqrt{7}$

$t\geqq0$ より，$t=1+\sqrt{7}$

このとき，△APQ の面積を t を用いて表すと，

$\left\{t-\left(-\frac{t}{2}\right)\right\}\times\{(t+3)-3\}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}t^2$ であるので，

したがって，求める面積は

$\frac{3}{4}(1+\sqrt{7})^2=\frac{3}{4}(8+2\sqrt{7})=6+\frac{3}{2}\sqrt{7}$

（答え）　$\left(6+\frac{3}{2}\sqrt{7}\right)$　cm²

		点
〔問 3〕	$6\sqrt{2}\pi$ cm³	8

3

		点
〔問 1〕	$\sqrt{73}$ cm	7
〔問 2〕	$\frac{13\sqrt{3}}{3}$ cm²	8
〔問 3〕 解答例	【 証 明 】	10

点 O と頂点 C，点 O と頂点 B をそれぞれ結ぶ.

△OBH と△OCH において

OB=OC（円の半径）…①

△OBC は二等辺三角形となるので

∠OBH = ∠OCH（二等辺三角形の底角）…②

また，仮定から ∠OHB = ∠OHC=90°　…③

①，②，③より

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

△OBH ≡ △OCH

ゆえに　∠HOB = ∠HOC　よって ∠HOC = $\frac{1}{2}$∠COB…④

△AEB と△OHC の相似を考える。

円周角の定理より ∠CAB = $\frac{1}{2}$∠COB…⑤

④，⑤より ∠CAB = ∠HOC

すなわち ∠EAB = ∠HOC…⑥

仮定より　∠AEB = ∠OHC（=90°）…⑦

⑥，⑦より 2 組の角がそれぞれ等しいので△AEB ∽ △OHC

よって　AE : OH = BE : CH から AE × CH = OH × BE

4

		点
〔問 1〕	7	7
〔問 2〕 解答例	【 途中の式や考え方など 】	10

①より，$N(bcda)=0$ と分かる。

したがって，$b=1$ である。

また②より $N(cadb)=1$ で $b=1$ なので

$c=4$ となる。

このとき③は，$N(a14d)=4$ となる。

$(a, d)=(2, 3), (3, 2)$ のいずれかであるが

$(a, d)=(2, 3)$ とすると $N(2143)=1$ となり不適。

また $(a, d)=(3, 2)$ とすると

3142→4132→2314→3214→1234 で

$N(3142)=4$ となり適する。

以上から

$a=3, b=1, c=4, d=2$

（答え）　$a=3, b=1, c=4, d=2$

		点
〔問 3〕	15234	8