

2022年度

2月10日

入学試験

数 学
(50分)

注 意

- 1 試験開始の合図があるまで，この冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は **1** から **6** まで，8 ページにわたって印刷してあります。
- 3 計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用下さい。
- 4 解答用紙には，受験番号と氏名を書きなさい。
- 5 解答はすべて解答用紙に書き，解答用紙を提出下さい。

かえつ有明高等学校

1 次の問いに答えなさい。

(1) $\left\{\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{5}{3}\right\} \div \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2$ を計算しなさい。

(2) $\{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{55} - \sqrt{22})\}^2 + \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^2$ を計算しなさい。

(3) $(-2lm^2n)^3 \div \frac{4}{3}l^2mn \times (-3lmn^2)$ を計算しなさい。

(4) $x^2 - 2x + 2y - y^2$ を因数分解しなさい。

(5) 連立方程式 $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 3y = a \end{cases}$ の解が, 連立方程式 $\begin{cases} 2x + y = b \\ x + y = 2 \end{cases}$ の解に一致するとき,

定数 a, b の値を求めなさい。

2 次の問いに答えなさい。

(1) $-\frac{2}{9}$ の逆数を p とします。 p よりも絶対値が小さい整数の中で、2 番目に大きいものを求めなさい。

(2) m, n を整数とします。関数 $y = 2x^2$ について、 x の変域が $m \leq x \leq n$ のとき、 y の変域が $0 \leq y \leq 18$ です。整数 m, n の組合せは全部で何通りありますか。

(3) 大小 2 つのさいころを投げるとき、出た目の差が 2 となる確率を求めなさい。
ただし、出た目の差とは、出た目の大きい数から小さい数を引いたものとします。

(4) 以下の表は、ある都市の7月の日ごとの最高気温を度数分布表にまとめたものです。

階級 (°C)	度数 (日)
24.0 以上 26.0 未満	1
26.0 ~ 28.0	8
28.0 ~ 30.0	5
30.0 ~ 32.0	7
32.0 ~ 34.0	5
34.0 ~ 36.0	5
計	31

この表から読み取ることができることがらとして適切なものを、次のア～オからすべて選びなさい。

ア 26.0°C 以上 28.0°C 未満の階級の相対度数は、0.25 より大きい。

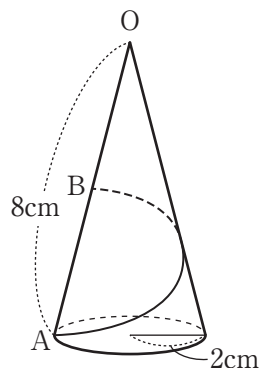
イ 階級の幅は、12.0°C。

ウ 中央値は、28.0°C 以上 30.0°C 未満。

エ 最頻値は、27.0°C。

オ 30.0°C 以上 32.0°C 未満の階級の階級値は、30.0°C。

(5) 右の図のような、底面の半径が2 cm、母線の長さが8 cmの円錐がある。頂点をOとし、OAの中点をBとする。円錐の側面を糸の長さがもっとも短くなるように、点Aから点Bまで糸をひと巻きさせるとき、糸の長さを求めなさい。



3 以下のT先生とSくんの会話を読み、次の問いに答えなさい。

T先生：今日は「三角比」という数学の分野について学びましょう。

Sくん：T先生、「三角比」って何ですか？

T先生：「三角比」という言葉は初めて聞くかもしれませんが、

「sin（サイン）」、「cos（コサイン）」、「tan（タンジェント）」という言葉ならどこかで聞いたことはありませんか？

Sくん：テレビやネットの情報で聞いたり見たりしたかもしれません！

T先生：そう！ それです。今日は「三角比」とは何かを理解し、少しだけ活用することが目標となります。黒板に板書してある説明を読んでください。

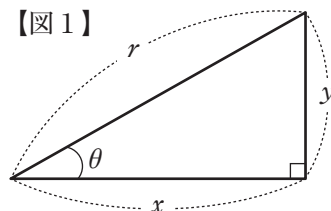
板書

直角三角形において、底辺を x 、高さを y 、斜辺を r とする。【図1】のように、底辺と斜辺に挟まれた角の大きさを θ （シータ）という記号で表すと、

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x}$$

と定義される。ただし、 $0 < \theta < 90^\circ$ とする。

【図1】

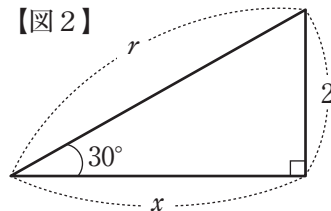


Sくん：板書を読みました。 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ は、それぞれ辺の長さを分数で表せば良いのですね。

T先生：その通りです。では、右の【図2】における

x 、 r の値をそれぞれ答えてください。

【図2】



Sくん：これは中学校までで習いましたね。

$x = \boxed{\text{ア}}$ 、 $r = \boxed{\text{イ}}$ です。

T先生：その通りです。

では、三角比の $\sin 30^\circ$ と $\cos 30^\circ$ と $\tan 30^\circ$ の値はそれぞれどうなりますか？

Sくん： $\sin 30^\circ = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $\cos 30^\circ = \boxed{\text{エ}}$ 、 $\tan 30^\circ = \boxed{\text{オ}}$ です。

T先生：素晴らしい！ その通りです。

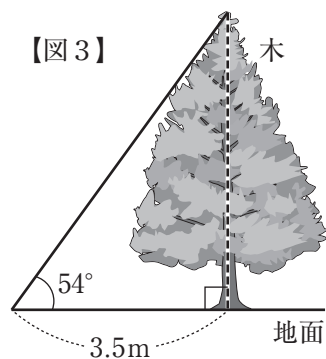
三角比の値を答えることができましたね。

(1) T先生とSくんの会話の ア ～ オ に適する値をそれぞれ求めなさい。

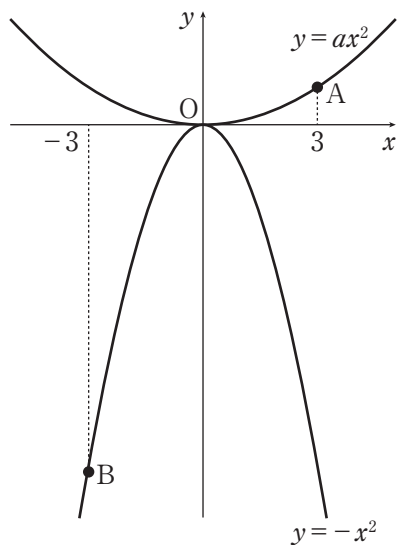
(2) 板書 に書かれている三角比の定義式をそれぞれ変形すると,

$$y = r \times \sin \theta, \quad x = r \times \cos \theta, \quad y = x \times \tan \theta,$$

と表せます。これらを用いて, 【図3】 の木の高さを, 小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めなさい。ただし, $\sin 54^\circ = 0.81$, $\cos 54^\circ = 0.59$, $\tan 54^\circ = 1.38$ とします。

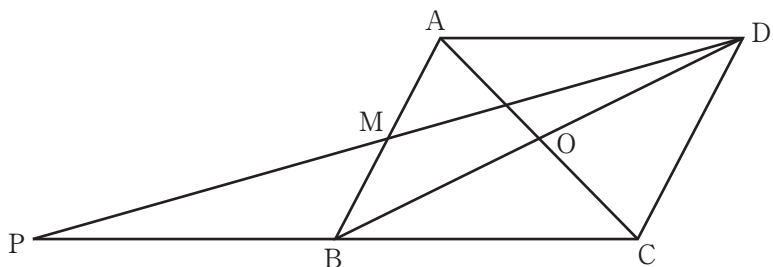


- 4 下の図のように、関数 $y = ax^2$ （ただし、 $a > 0$ とする）のグラフと関数 $y = -x^2$ のグラフがあります。関数 $y = ax^2$ のグラフ上に x 座標が3の点Aが、関数 $y = -x^2$ のグラフ上に x 座標が-3の点Bがあり、点Aの y 座標が点Bの y 座標より10大きいものとして、次の問いに答えなさい。



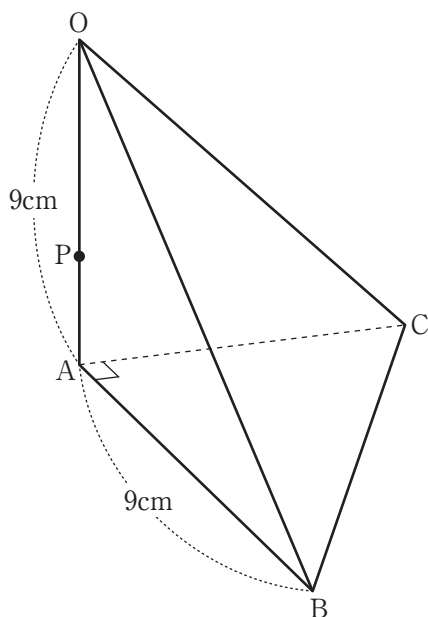
- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 2点A、Bを通る直線と、 y 軸との交点をCとします。点Cの y 座標を求めなさい。
- (3) $\triangle OAC$ を、 y 軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π とします。

- 5 下の図のように，平行四辺形 $ABCD$ の対角線の交点を O ，辺 AB の中点を M ，半直線 DM と半直線 CB の交点を P とします。このとき，次の問いに答えなさい。



- (1) $DM = PM$ であることを証明しなさい。
- (2) 直線 AC と直線 DP の交点を Q とするとき， $\triangle AMQ$ の面積は平行四辺形 $ABCD$ の面積の何倍ですか。

- 6 下の図のように、 $AB = 9\text{ cm}$ 、 $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC を底面とする三角錐 $OABC$ があります。辺 OA は底面 ABC に垂直で、 $OA = 9\text{ cm}$ とします。また、辺 OA 上に点 P があり、 $AP = 3\text{ cm}$ です。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 辺 BC の中点を D とする。線分 OD の長さを求めなさい。
- (2) 点 P と $\triangle OBC$ を含む平面との距離を求めなさい。

数 学

解答用紙

1

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	$a=$, $b=$

2

(1)	
(2)	通り
(3)	
(4)	
(5)	cm

3

(1)	ア
	イ
	ウ
	エ
	オ
(2)	m

4

(1)	$a=$
(2)	
(3)	

5

(1)	
(2)	倍

6

(1)	cm
(2) (式)	
答	cm

受 験 番 号	氏 名

数 学

解答用紙

1

(1)	$-\frac{3}{8}$
(2)	102
(3)	$18l^2m^6n^4$
(4)	$(x-y)(x+y-2)$
(5)	$a=14$, $b=7$

2

(1)	3
(2)	7 通り
(3)	$\frac{2}{9}$
(4)	ア、エ
(5)	$4\sqrt{5}$ cm

3

(1)	ア	$2\sqrt{3}$
	イ	4
	ウ	$\frac{1}{2}$
	エ	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	オ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
(2)	4.8	m

4

(1)	$a=\frac{1}{9}$
(2)	-4
(3)	12π

5

(1)	△ADM と△BPM において、 仮定より AM=BM …① 対頂角は等しいから、 ∠AMD=∠BMP …② AD//BP より、平行線の錯角は等しいから、 ∠MAD=∠MBP …③ ①, ②, ③より、1 組の辺とその両端の角が それぞれ等しいから、 △ADM≡△BPM したがって、 DM=PM
(2)	$\frac{1}{12}$ 倍

6

(1)	$\frac{9\sqrt{6}}{2}$ cm
(2) (式)	立体の対称性から、 点 P から△OBC に垂線 PQ をひくと、 点 Q は線分 OD 上にあり、 △OAD∞△OQP なる。よって、 OD：OP=AD：PQ $\frac{9\sqrt{6}}{2}：6=\frac{9\sqrt{2}}{2}：PQ$ $\frac{9\sqrt{6}}{2}PQ=\frac{9\sqrt{2}}{2}\times 6$ PQ=2√3
	答 $2\sqrt{3}$ cm

受 験 番 号	氏 名