２０２２年度　入学試験問題

数　　　学

注　　意

1．問題は（１）から（５）まであります。

2．試験時間は６０分です。

3．答はすべて解答用紙に記入し，解答用紙だけを提出しなさい。

4．答はできるだけ簡単にし，根号のついた数は，根号内の数をできるだけ簡単にしなさい。また，円周率は π を用いなさい。

5．直定規，コンパスの貸借はいけません。

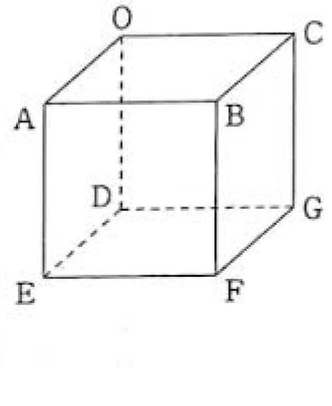
6．三角定規，分度器，計算機の使用はいけません。

7．試験場の監督者の指示があるまで，問題用紙を開いてはいけません。

〔 1 〕 以下の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = ax^2$ について，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $0 \leqq y \leqq 24$ です。
また，x の変域が $b \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域は $\dfrac{8}{3} \leqq y \leqq c$ です。
このとき，定数 a，b，c の値を求めなさい。

(2) 図のような立方体 OABC－DEFG と，A，B，C，D，E，F，G の文字が１つずつ書かれた７枚のカードが入った袋があります。この袋の中から同時に２枚のカードを取り出します。取り出したカードに書かれている文字と同じ文字の立方体の頂点を選び，その２点を通る直線を ℓ とします。次の確率を求めなさい。



① 直線 ℓ と平面 AEFB が垂直になる確率

② 直線 ℓ と直線 OB がねじれの位置になる確率

(3)　底面の半径が 6 cm，高さが 8 cm の円錐の形をした容器の中に水が入っていて，図 1 のように，底面が水平になるように置きました。この容器に，図 2 のように球を入れたところ，水面の高さは容器の高さの半分になり，球は容器の側面および水面に接しました。図 3 は，図 2 を正面から見た図です。このとき，球の半径と容器の中に入っている水の体積を求めなさい。

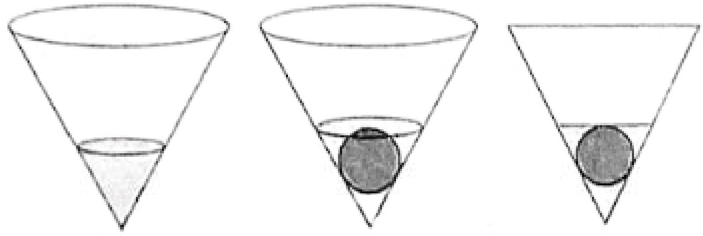


図 1　　図 2　　図 3

(4)　正の数 p があり，その小数部分を b とします。例えば，$p = 3.14$ のとき，$b = 0.14$ です。ある正の数 p が等式 $p^2 + b^2 = 44$ を満たすとき，p の値を求めなさい。

〔２〕 図１のような平行四辺形ABCDがあり，辺CDを４等分した点のうち，頂点Dに最も近い点をEとします。また，辺BCをn等分し，そのn等分した点のうち，頂点Bに最も近い点をF，頂点Cに２番目に近い点をGとし，線分AGとEFの交点をPとします。図２は辺BCを４等分したものです。次の問いに答えなさい。ただし，nは４以上の整数とします。

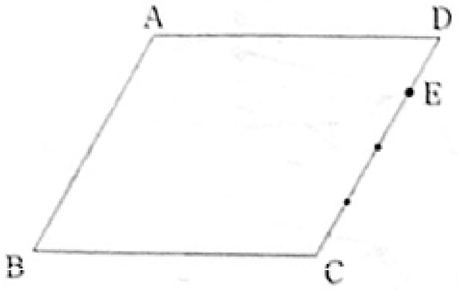


図１

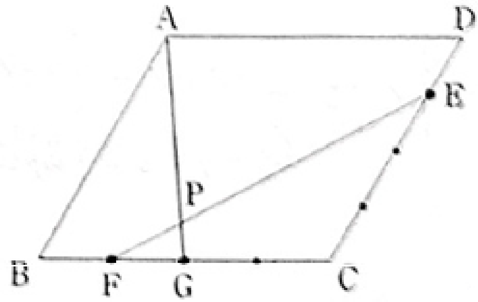


図２

(1) 辺BCを４等分したときの図２について，

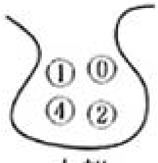
① AP：PGを求めなさい。

② FP：PEを求めなさい。

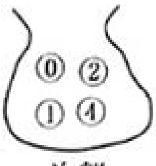
③ △PFGの面積と平行四辺形ABCDの面積の比を求めなさい。

(2) 辺BCをn等分したとき，AP：PG＝13：7になりました。nを求めなさい。

〔３〕 太郎君と次郎君は，０，１，２，４の数字が書かれた玉が１個ずつ入っている袋をそれぞれ持っています。太郎君と次郎君はそれぞれ自分が持っている袋から玉を１個取り出して，玉に書かれた数字の大小で勝敗を決め，その勝敗によって点数を加えるゲームを繰り返し行います。太郎君と次郎君の初めの点数は２人とも０点とします。取り出した玉は自分が持っている袋に毎回もとに戻し，どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとします。１回ごとの勝敗は，取り出した玉に書かれた数字の大きい方が勝ち，数字が同じときは引き分けとし，加える点数は以下の通りです。



太郎



次郎

【勝ち】

・４が書かれた玉を取り出して勝ったときは，勝った人の点数に４点を加える。
・２が書かれた玉を取り出して勝ったときは，勝った人の点数に２点を加える。
・１が書かれた玉を取り出して勝ったときは，勝った人の点数に１点を加える。

【引き分け】

・引き分けたときは，お互いに０点を加え，これまでの合計点数は変わらない。

【負け】

・負けたときは，負けた人の点数に－１点を加える。

例えば，３回ゲームを行い，太郎君の勝敗が１回目は負け，２回目は引き分け，３回目は２が書かれた玉を取り出して勝ったとき，－１点，０点，２点を太郎君の点数に加えます。よって，３回目のゲームが終了したとき，太郎君の点数は１点となります。

次の確率を求めなさい。

(1) １回目のゲームが終了したとき，太郎君の点数が２点になる確率

(2) ２回目のゲームが終了したとき，太郎君の点数が２点になる確率

(3) ３回目のゲームが終了したとき，太郎君の点数が２点になる確率

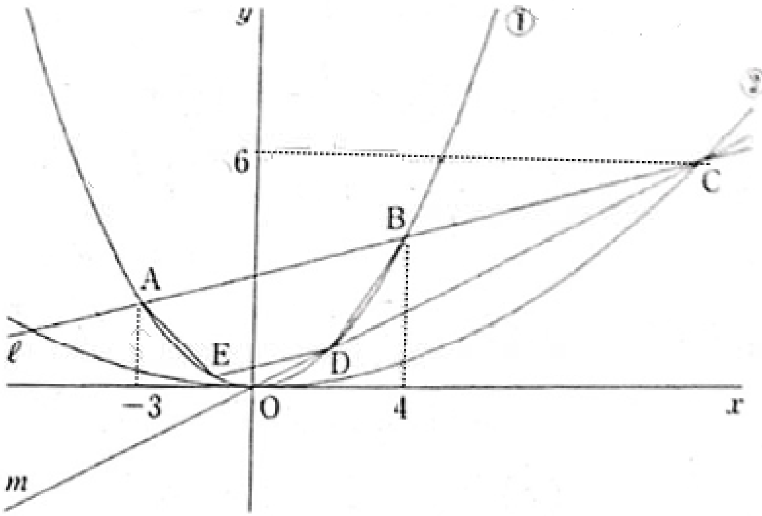
〔４〕　図のように，放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$ …①，放物線 $y=ax^2$ …②，２直線 ℓ，m があります。
放物線①と直線 ℓ は２点 A，B で交わり，２点 A，B の x 座標はそれぞれ -3，4 です。
放物線②，直線 ℓ，直線 m は１点で交わります。その交点を C とすると，C の y 座標は 6 です。
放物線①と直線 m は原点 O，点 D で交わります。また，四角形 ABDE が AB∥ED の台形となるように，放物線①上に点 E をとります。次の問いに答えなさい。

(1)　直線 ℓ の式を求めなさい。

(2)　a の値を求めなさい。

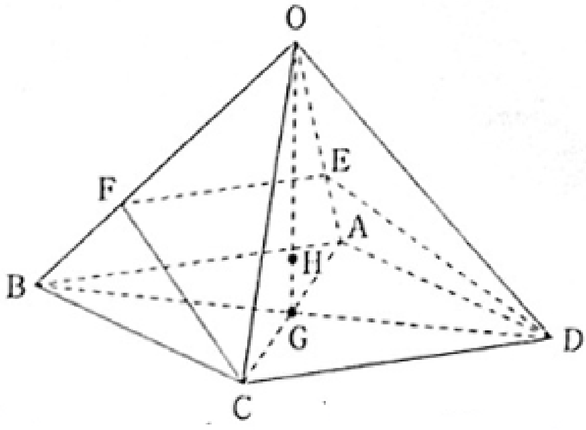
(3)　台形 ABDE の面積を求めなさい。

(4)　点 D を通り，台形 ABDE の面積を２等分する直線を n とします。直線 n と y 軸との交点の y 座標を求めなさい。



(5)　(4)の直線 n と直線 ℓ との交点を F とします。△BDF を，y 軸を回転の軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。

〔５〕 図のように，各辺の長さがすべて12 cm の正四角錐 O－ABCD があります。辺 OA，OB 上に OE：EA＝2：1，OF：FB＝2：1 となる点 E，F をとります。正方形 ABCD の対角線の交点を G，四角形 CDEF と線分 OG の交点を H とします。次の問いに答えなさい。



(1) 正四角錐 O－ABCD の体積を求めなさい。

(2) OH：HG を求めなさい。

3点 O，B，D を通る平面を P，3点 O，A，C を通る平面を Q，4点 C，D，E，F を通る平面を R とします。この正四角錐を，3つの平面 P，Q，R で同時に切断したところ，8個の立体に分かれました。

(3) △OEF を1つの面とする立体の体積を求めなさい。

(4) △BCG を1つの面とする立体の体積を求めなさい。

(5) 8個の立体の表面積の和を求めなさい。

令和４年度　立教新座高校解答

1 (1) $a=\frac{2}{3}$　$b=2$　$c=6$　(2) ① $\frac{1}{7}$　② $\frac{13}{21}$　(3) 半径 $\frac{3}{2}$ cm　体積 $\frac{15}{2}\pi\,cm^3$

(4) $p=3+\sqrt{13}$

2 (1) ① AP:PG＝5:1　② FP:PE＝2:7　③ △PFG:▱ABCD＝1:48　(2) n＝10

3 (1) $\frac{1}{8}$　(2) $\frac{17}{256}$　(3) $\frac{63}{512}$

4 (1) $y=\frac{1}{4}x+3$　(2) $a=\frac{1}{24}$　(3) 台形ABDE＝ $\frac{25}{2}$　(4) $y=\frac{13}{6}$　(5) $\frac{190}{9}\pi$

5 (1) $288\sqrt{2}\,cm^3$　(2) OH:HG＝4:1　(3) $\frac{128}{5}\sqrt{2}\ cm^3$　(4) $\frac{168}{5}\sqrt{2}\ cm^3$

(5) $(432+264\sqrt{3})\ cm^2$