受験番号

2022 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　　学

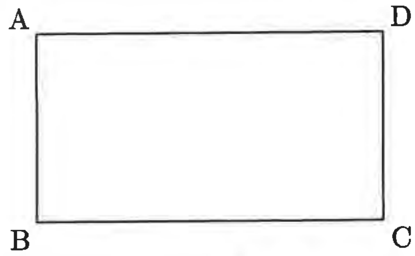
（その１）

次の $\boxed{\quad}$ の中に正しい答えを入れなさい．

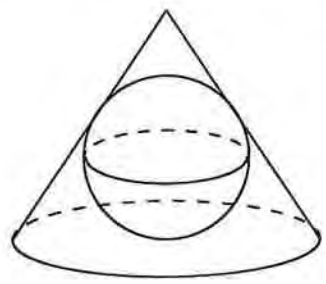
【１】　（１）　$a=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$，$b=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$ のとき，$a^3+a^2b+ab^2+b^3=$ $\boxed{\quad}$ である．

（２）　x，y についての連立方程式 $\begin{cases} ax-y=5 \\ x+3y=1 \end{cases}$ の解が $ax+2y=4$ を満たすとき，定数 a の値は $\boxed{\quad}$ である．

（３）　AB＝5 cm, BC＝12 cm の長方形の紙 ABCD を B と D が重なるように折ったとき，
折り目の長さは $\boxed{\quad}$ cm である．

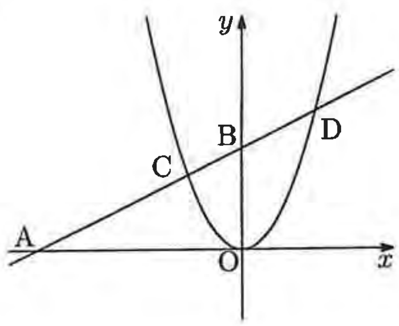


（４）　右の図のように，母線の長さが 10，底面の円の半径が 5 の円すいに球が内接しているとき，
球の半径は $\boxed{\quad}$ である．



（５）　19 で割ると n 余る自然数がある．この自然数を 11 倍して 1 を加えた数も 19 で割ると n 余るという．
このような n はただ一つだけあり，$n=$ $\boxed{\quad}$ である．

【２】　右の図のように，2 点 A$(-10,\ 0)$, B$(0,\ 5)$ を通る直線と放物線 $y=x^2$ との交点を C, D とする．



（１）　直線 AB の式は $y=$ $\boxed{\quad}$ である．

（２）　点 C の座標は $\left(\boxed{\quad},\ \boxed{\quad}\right)$，
点 D の座標は $\left(\boxed{\quad},\ \boxed{\quad}\right)$ である．

（３）　原点 O と異なる点 P を放物線上の点 C から点 D までの間にとるとき，△AOD と△APD の面積が等しくなるような
点 P の座標は $\left(\boxed{\quad},\ \boxed{\quad}\right)$ である．

（４）　3 点 C, D, O を通る円の中心の座標は $\left(\boxed{\quad},\ \boxed{\quad}\right)$ である．

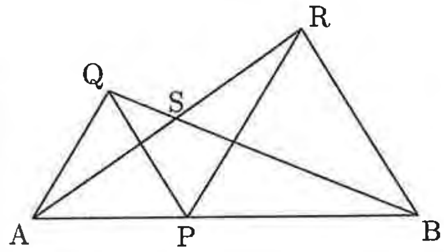
受験番号

2022 年度　大阪星光学院高等学校　入学試験問題

数　学

（その 2）

【3】 右の図のように，長さ 3 の線分 AB 上を動く点 P がある．AP, PB をそれぞれ 1 辺とする正三角形 APQ, PBR を直線 AB に関して同じ側につくり，AR と BQ の交点を S とする．



（1） 4 点 P, B, R, S は同一円周上にあることを証明せよ．

（証明）

（2） ∠PBQ$=a°$ とするとき，∠PAR の大きさを a を用いて表すと ∠PAR=　　　度である．

（3） 点 P が A から B まで動くとき，点 S はある円の一部（弧）を描く．この弧の長さは　　　である．

【4】 右の図 1 から図 3 について，各領域を赤，青，黄の 3 色を使って塗り分ける．
ただし，3 色すべての色を使うものとし，隣り合う領域には同じ色を塗らないようにする．

図 1

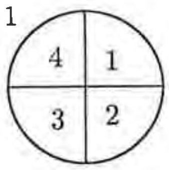


図 2

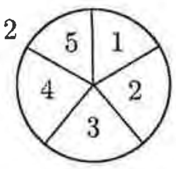
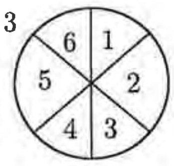


図 3

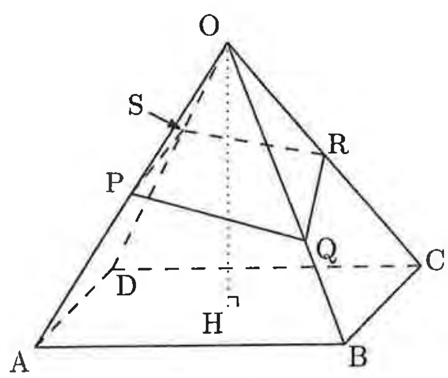


（1） 図 1 の 1～4 の領域を塗り分ける方法は　　　通りある．

（2） 図 2 の 1～5 の領域を塗り分ける方法は　　　通りある．

（3） 図 3 の 1～6 の領域を塗り分ける方法は　　　通りある．

【5】 右の図のように，すべての辺の長さが 6 の正四角すい O-ABCD がある．辺 OA の中点を P, 辺 OB の三等分点のうち B に近い方の点を Q, 辺 OC の中点を R とし，3 点 P, Q, R を通る平面と辺 OD との交点を S とする．また O から平面 ABCD に下ろした垂線を OH とし，OH と平面 PQRS との交点を I とする．



（1） OH の長さは　　　であり，OI の長さは　　　である．

（2） ∠DOB=　　　度で，OS の長さは　　　であるから，

△OSQ の面積は　　　である．

（3） 四角すい O-PQRS の体積は　　　である．

大阪星光学院高校　解答

1 （1） $2\sqrt{3}$ （2） $\frac{7}{3}$ （3） $\frac{65}{12}$ （4） $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ （5） 17

2 （1） $\frac{1}{2}x+5$ （2） C（$-2, 4$） D（$\frac{5}{2}$, $\frac{25}{4}$） （3） （$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$）

（4） （$\frac{5}{4}$, $\frac{25}{8}$）

3 （1） 略証明

2 辺夾角相等より, △ PAR ≡ △ PQB

∠ SRP = ∠ SBP より, 四角形 PBRS は円に内接する

つまり,4 点は同一円周上にある。

（2） $60-a$ （3） $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

4 （1） 12 （2） 30 （3） 60

5 （1） OH＝$3\sqrt{2}$ OI ＝ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ （2） ∠DOB＝ 90 OS ＝ $\frac{12}{5}$

△OSQ＝ $\frac{24}{5}$ （3） $\frac{24\sqrt{2}}{5}$