

2022年度 一般入学試験問題

数 学

始まりのブザーが鳴るまで問題冊子、解答用紙に手を触れずに、下記の注意事項に目を通しておくこと。

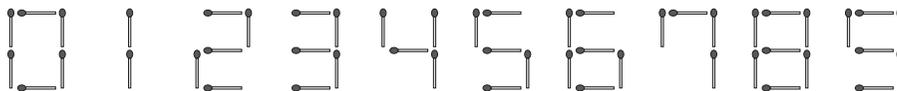
- ◎ 問題用紙は1ページから7ページまでであるので、始まりのブザーが鳴ったらすぐに確認すること。
- ◎ 最初に記名をしてから問題を解くこと。
- ◎ 解答はすべて別紙の解答用紙に記入すること。
- ◎ とじてある問題用紙をばらばらにしたり、一部を切り取ったりしないこと。
- ◎ 終了のブザーが鳴ったら筆記用具を置くこと。
- ◎ 問題冊子は持ち帰ってもかまわない。

◎ 解答は、すべて別紙解答用紙の解答欄に記入せよ。 π , $\sqrt{\quad}$ はそのままよい。

① 次の式を簡単にせよ。

$$\frac{8a - 15b}{6} - \frac{2a - 3b}{12} \times 8$$

② 下図のように、マッチ棒を何本か使い 0～9 までの 10 個の数字を作る。

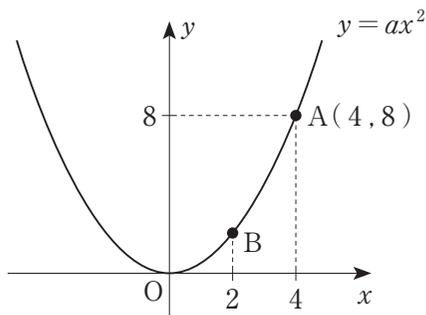


この数字を用いて整数を作るとき、次の問に答えよ。ただし、 は 1 つの整数として数えるが、 のように最高位の数字が 0 になる場合は整数として数えない。また、同じ数字をくり返し用いてもよい。

- (1) 6 本以下のマッチ棒で作ることができる 2 桁の整数をすべて書け。
- (2) マッチ棒をちょうど 8 本使って作ることができる 2 桁の整数は何個か。
- (3) マッチ棒をちょうど 10 本使って作ることができる整数は何個か。

- 3 関数 $y = ax^2 \dots \textcircled{1}$ のグラフ上に 2 点 A, B があり, A の座標は $(4, 8)$, B の x 座標は 2 である. また, y 軸上に $AC + BC$ が最も小さくなるような点 C をとる.

- (1) a の値を求めよ.
 (2) 直線 BC の式を求めよ.



ここで, 直線 BC と $\textcircled{1}$ のグラフの交点で,
 B でない方を D とする.

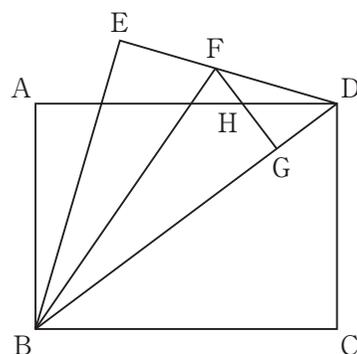
- (3) 線分 BD 上に, $\triangle ADP$ と $\triangle ABC$ の面積が等しくなるような点 P をとる. 点 P の座標を求めよ.
 (4) $\textcircled{1}$ のグラフ上に, $\triangle ADQ$ と $\triangle ABC$ の面積が等しくなるような点 Q をとる. ただし, 点 Q は 2 点 B, D の間にある. 点 Q の座標を求めよ.

4 小数第 1 位を四捨五入して整数の値を出す体重計がある(単位は kg).

A さん, B さん, C さんが 1 人ずつ体重計にのったときの値はそれぞれ, 63, 53, 60 であった. また, A さん, B さん, C さん, D さんの 4 人が一緒に体重計にのったときの値は 229 であった.

- (1) A さんと B さんの 2 人が一緒に体重計にのったときに出てくる値として考えられるものをすべて答えよ.
- (2) D さんが 1 人で体重計にのったときに出てくる値として考えられるものをすべて答えよ.

- 5 AB = 3 cm, BC = 4 cm の長方形 ABCD がある.
 図のように, この長方形を対角線 BD を折り目として折り返したとき, 点 C が移った点を E とする. 次に, 線分 DE 上に点 F をとり, $\triangle BDE$ を線分 BF を折り目として, 線分 BE が対角線 BD と重なるように折る. このとき, 点 E が移った点を G とし, 線分 FG と辺 AD との交点を H とする.



- (1) 線分 DG, DF の長さをそれぞれ求めよ.
- (2) 線分 FH の長さを求めよ.
- (3) $\triangle DFH$ と $\triangle BGF$ の面積比を最も簡単な整数の比で表せ.

- 6 X 駅から Y 駅までを管理するブルー鉄道と、Y 駅から Z 駅までを管理するマウンテン鉄道があり、それぞれ個室つきの特急電車を運行している。個室を使用したグループ全体の料金は、グループ全員の乗車券・特急券の料金と使用した個室の料金の合計である。それぞれの特急電車の料金形態は以下の通りである。

	ブルー鉄道 (X 駅→Y 駅)	マウンテン鉄道 (Y 駅→Z 駅)
乗車券(「おとな」一人あたり)	x 円	1800 円
特急券(「おとな」一人あたり)	2000 円	500 円
個室使用料金(一室あたり)	y 円	6240 円

- ・「子ども」の乗車券・特急券の料金は「おとな」の半額である。
- ・個室使用料金は「おとな」、「子ども」の人数にかかわらず、一室にかかる料金である。

ブルー鉄道の X 駅から Y 駅までの「おとな」の乗車券の料金を x 円、個室使用料金を y 円として、次の問に答えよ。

- (1) 「おとな」3 人のグループ A は、2 つの鉄道の特急を利用し、X 駅から Y 駅を経由して Z 駅まで乗車した。それぞれの特急で個室 1 部屋を使用したとき、グループ A 全体の料金を x , y を用いて表せ。
- (2) 「おとな」5 人、「子ども」13 人のグループ B は、ブルー鉄道の特急のみを利用して、X 駅から Y 駅まで乗車した。個室 3 部屋を使用したところ、グループ B 全体の料金は 102490 円であった。(1) のグループ A 全体の料金が 42920 円であったとき、 x , y の値を求めよ。

7 n 段 (n は自然数) の階段があり, この階段を次のいずれかの方法で上る.

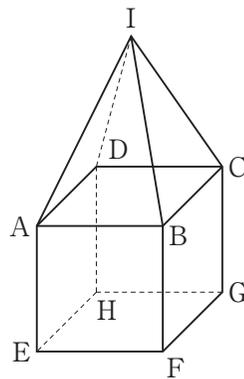
- ① 1 歩で 1 段上る
- ② 1 歩で 2 段上る
- ③ ①と②を組み合わせる

この階段の上り方の総数を a_n で表すとき, 次の問に答えよ.

- (1) a_1, a_2 の値をそれぞれ求めよ.
- (2) $a_{10} = xa_9 + ya_8$ を満たす自然数 x, y を求めよ.
- (3) $a_{10} = ua_6 + va_5$ を満たす自然数 u, v を求めよ.
- (4) a_{10} の値を求めよ.

- 8 図のように、1辺2 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ の上に、側面の二等辺三角形の等辺が $\sqrt{5}$ cm である四角すい $I-ABCD$ をのせた立体がある。
この立体の立方体部分の内部に、立方体のすべての面に接する球 R_1 を入れ、四角すい部分の内部に、四角すいのすべての面に接する球 R_2 を入れる。

- (1) R_1 の半径 r_1 を求めよ。
- (2) R_2 の半径 r_2 を求めよ。
- (3) 球 R_1 が底面 $EFGH$ と接する点を N 、球 R_2 が側面 IAB 、 ICD と接する点をそれぞれ P 、 Q とするとき、 $\triangle NPQ$ の面積を求めよ。



青山学院高等部 解答

1 $-\frac{1}{2}b$

2 (1) 11, 14, 41, 17, 71 (2) 9 個 (3) 48 個

3 (1) $a = \frac{1}{2}$ (2) $y = -x + 4$ (3) $P(-2, 6)$ (4) $Q(-2\sqrt{3}, 6)$

4 (1) 115, 116, 117 (2) 51, 52, 53, 54, 55

5 (1) $DG = 1\text{cm}$ $DF = \frac{5}{3}\text{cm}$ (2) $FH = \frac{7}{12}\text{cm}$ (3) 7:64

6 (1) $(3x + y + 19140)$ 円 (2) $x = 3260, y = 14000$

7 (1) $a_1 = 1, a_2 = 2$ (2) $x = 1, y = 1$ (3) $u = 5, v = 3$ (4) $a_{10} = 89$

8 (1) $r_1 = 1\text{cm}$ (2) $r_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ (3) $(\frac{\sqrt{3}}{4} + 1)\text{cm}^2$