数

令和４年度

数　　学

（１０：４０～１１：３０）

注　　意

１　検査開始のチャイムがなるまで開いてはいけません。
２　問題用紙の１ページから10ページに，問題が$\boxed{1}$から$\boxed{6}$まであります。これとは別に解答用紙が１枚あります。
３　問題用紙と解答用紙に受検番号を書きなさい。
４　答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

受検番号	第　　　　番

$\boxed{1}$ 次の（1）～（8）に答えなさい。

（1） $4\times(-3)-5\times(-2)$ を計算しなさい。

（2） $2(3-4x)+4(-2x+1)$ を計算しなさい。

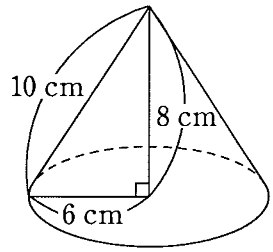
（3） $\sqrt{5}\times\sqrt{32}\div\sqrt{20}$ を計算しなさい。

（4） $x^2-2x-35$ を因数分解しなさい。

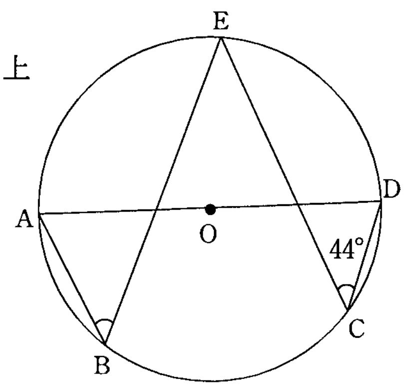
（5） 方程式　$3x^2-21x+30=0$　を解きなさい。

（6） y が x の1次関数で，そのグラフが2点（-2，7），（1，-2）を通るとき，この1次関数の式を求めなさい。

（7） 右の図のように，底面の半径が6 cm，高さが8 cm，母線の長さが10 cm の円すいがあります。この円すいの表面積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。



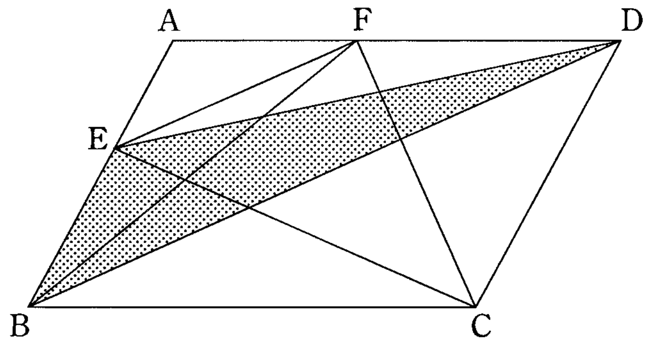
（8） 右の図のように，5点A，B，C，D，Eは円Oの円周上の点で，ADは円Oの直径です。∠ECD＝44°のとき，∠ABEの大きさを求めなさい。



2 次の（1）～（3）に答えなさい。

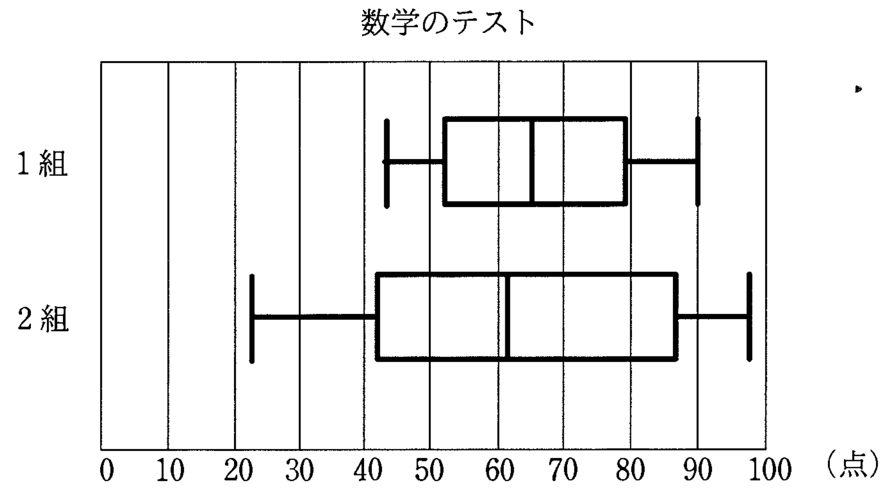
（1）あるスーパーでは，午後8時以降には弁当は定価の40％引きの値段，総菜は定価の20％引きの値段になります。Aさんは午後9時にそのスーパーに行き，弁当1つと総菜1つを購入しました。支払った代金の合計は364円で，定価で買うより196円安く購入しました。Aさんが購入した弁当1つと総菜1つの定価は，それぞれ何円ですか。答えを求める過程も分かるように書きなさい。

（2）下の図の四角形ABCDは平行四辺形です。辺AB上に点E，辺AD上に点FをBD∥EFとなるようにとります。このとき，△BDEと面積の等しい三角形は△BDEの他に何個あるか，その個数を求めなさい。

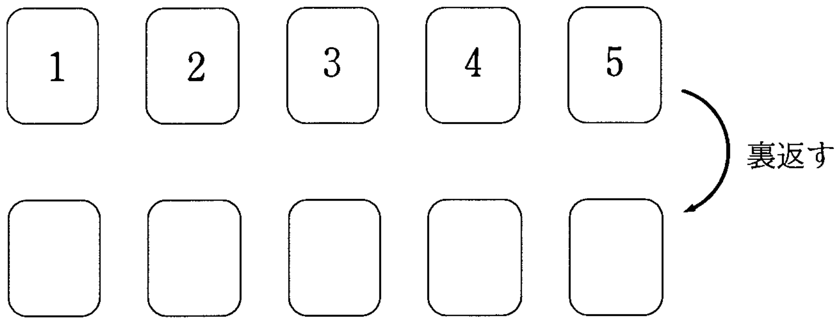


（3）下の図は，ある中学校の1組と2組のそれぞれ30人に100点満点の数学のテストを実施し，その結果を箱ひげ図に表したものです。例えば，2組では80点以上の生徒が8人以上いることが分かります。このとき，この箱ひげ図から読みとれることとして<u>適切でないもの</u>を次の①～④の中から1つ選び，その番号を書きなさい。

① 四分位範囲が小さいのは1組である。
② 1組の最高点は90点である。
③ 1組では50点以下の生徒が8人以上いる。
④ どちらのクラスも60点以上の生徒が15人以上いる。



3　下の図のように，1から5までの数字が1つずつ書かれた5枚のカードが裏返しにしてあります。この中から2枚のカードを引くときのことについて，太郎さんと花子さんが話をしています。



太郎さん「この5枚のカードを裏返しにして，2枚のカードを引くゲームをしようよ。」
花子さん「どんなゲーム？」
太郎さん「2枚のカードのうち，1枚のカードの数字を a，もう1枚のカードの数字を b として，$\dfrac{b}{a}$ を計算するゲームだよ。このゲームを10回やって，$\dfrac{b}{a}$ が整数になった回数が多い方が勝ちにしよう。」
花子さん「ルールは分かったわ。引く方法はどうするの。」
太郎さん「引く方法は3つ考えたよ。」

【太郎さんが考えた方法】

〔方法1〕 裏返しにした5枚のカードをよくきって，1枚ずつ2回続けて引く。最初に引いたカードの数字を a，次に引いたカードの数字を b とする。

〔方法2〕 裏返しにした5枚のカードをよくきって1枚引き，カードの数字を見て元に戻す。次に再びよくきって，もう1枚カードを引く。最初に引いたカードの数字を a，次に引いたカードの数字を b とする。

〔方法3〕 裏返しにした5枚のカードをよくきって，同時に2枚引く。2枚の数字のうち小さい数字を a，大きい数字を b とする。

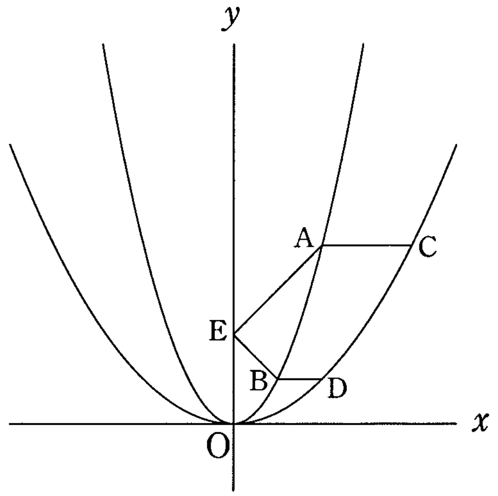
花子さん「なるほど。この3つの方法から自分の好きな1つを選んでもいいのね。」
太郎さん「そうだね。3つの方法のうち，確率が大きい方法を選べば有利だよね。」
花子さん「実際，どの方法のときに，$\frac{b}{a}$ が整数になる確率が大きいのかしら。実験して調べてみようかしら。」
太郎さん「いや，実験して調べなくても，同じ形のカードなんだから，確率を考えることはできるよ。」
花子さん「そうね。どのカードを引くことも同様に確からしいといえるから，実験して調べなくても確率を求めることができるのね。」

これについて，次の（1）・（2）に答えなさい。

（1）〔方法1〕でゲームを1回行うとき，$\frac{b}{a}$ が整数になる確率を求めなさい。

（2）〔方法1〕～〔方法3〕でゲームをそれぞれ1回行うとき，$\frac{b}{a}$ が整数になる確率が最も大きいのは，〔方法1〕～〔方法3〕のうちどの方法か答えなさい。また，そのとき $\frac{b}{a}$ が整数になる確率を求めなさい。

4 下の図のように関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあり，関数 $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフ上に2点C，Dがあります。2点A，Cの y 座標はどちらも8であり，2点B，Dの y 座標はどちらも2です。また，y 軸上を動く点Eがあります。ただし，点A，B，C，Dの x 座標，点Eの y 座標はいずれも正の数とします。



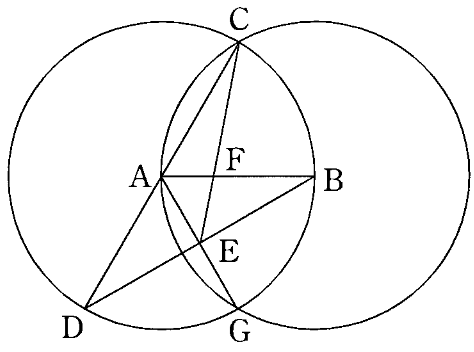
これについて，次の（1）～（3）に答えなさい。

（1）点Cの x 座標を求めなさい。

（2）△ACEと△EBDの面積が等しくなるとき，点Eの座標をすべて求めなさい。

（３）線分 CE と線分 BE の長さの和 CE＋BE が最小になるとき，点 E の座標を求めなさい。

5　下の図のように，２点A，Bをそれぞれ中心として，線分ABを半径とする円をかき，その２つの円の交点をC，Gとする。直線ACと点Aを中心とする円の交点のうち，Cではない方をD，直線AGと直線BDの交点をEとする。また，線分ABと線分CEの交点をFとする。



これについて，次の（１）・（２）に答えなさい。

（１）　△ADE ∽ △CDB を証明しなさい。

（２）　AF : FB を求めなさい。ただし，最も簡単な整数の比で表しなさい。

6 ある整数を2乗した値をその整数の平方数といいます。

次の表は1～15までの整数と，それぞれの平方数についてまとめたものです。

整数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
平方数	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

太郎さんはこの表から，次の2つのことを予想しました。

【予想1】

すべての平方数の1の位の数として表れない1桁の自然数は小さい順に ア ，イ ，ウ ，エ の4つである。

【予想2】

連続する2つの偶数の積に1をたした数は，奇数の2乗になる。

これについて，次の（1）・（2）に答えなさい。

（1） ア ，イ ，ウ ，エ に当てはまる数をそれぞれ答えなさい。

（2）太郎さんと花子さんが，【予想1】，【予想2】について，話をしています。

太郎さん　「【予想1】については，値をもっと大きくしても正しいと思うよ。」

花子さん　「【予想2】についてはどうだろう。」

太郎さん　「例えば，$2 \times 4 + 1 = 9$ で，$9 = 3^2$ だから9は3の2乗だね。」

花子さん　「本当だ。$6 \times 8 + 1 = 49$ は7の2乗だね。」

太郎さん　「【予想2】がいつでも成り立つことを説明できないかな。」

太郎さんは【予想2】がいつでも成り立つことを下のように説明しました。

【太郎さんの説明】

n を整数とすると，連続する2つの偶数は $2n$ ，$2n+2$ と表される。

したがって，連続する2つの偶数の積に1をたした数は，奇数の2乗になる。

【太郎さんの説明】の に説明の続きを書き，説明を完成させなさい。

受検番号	第　　　　番

数　学　解答用紙

得点	

1	(1)		(2)	
	(3)		(4)	
	(5)	$x =$	(6)	
	(7)	cm^2	(8)	度

2	(1)	
	(2)	
	(3)	

3	(1)		
	(2)	方法	確率

4	(1)	
	(2)	
	(3)	

5	(1)	証明
	(2)	

6	(1)	ア		イ	
		ウ		エ	
	(2)	n を整数とすると，連続する 2 つの偶数は$2n$，$2n+2$ と表される。 したがって，連続する 2 つの偶数の積に 1 をたした数は，奇数の 2 乗になる。			

数 学 採 点 基 準

問題番号		正　答〔例〕	採点上の注意	配　点	
1	(1)	-2		各4	32
	(2)	$-16x+10$			
	(3)	$2\sqrt{2}$			
	(4)	$(x+5)(x-7)$			
	(5)	$x=2，5$			
	(6)	$y=-3x+1$			
	(7)	96π　㎠			
	(8)	46　度			
2	(1)	弁当１つの定価を x円，総菜１つの定価を y円とする。 条件より $\begin{cases} x+y=364+196 & \cdots① \\ 0.6x+0.8y=364 & \cdots② \end{cases}$ ①より　$3x+3y=1680$ …③ ②より　$3x+4y=1820$ …④ ③－④から　$y=140$ ①　へ代入して　$x=420$ $x=420$，$y=140$　は問題に適している。 よって定価は，弁当１つ 420 円，総菜１つ 140 円	小前提を省略したものについては，適宜減点とする。	7	15
	(2)	3		4	
	(3)	③		4	
3	(1)	$\frac{1}{4}$		5	12
	(2)	方法：方法３		2	
		確率：$\frac{1}{2}$	方法が正解の場合のみ点を与える	5	
4	(1)	$x=8$		4	12
	(2)	$(0,4)$ または $(0,14)$	片方のみ正解は２点	4	
	(3)	$\left(0,\frac{16}{5}\right)$		4	

<table>
<tr><th colspan="2">問題
番号</th><th colspan="2">正　答〔例〕</th><th>採点上の注意</th><th colspan="2">配　点</th></tr>
<tr><td rowspan="2">5</td><td>(1)</td><td colspan="2">証明
△ADE と△CDB において
円 A，円 B は，ともに AB を半径とする円であるから
AB＝AC＝AG＝BC＝BG
よって，△ABC，△ABG は正三角形である。
正三角形の内角はすべて60°であるから
∠BAG＝∠BAC＝∠DCB＝60°　…①
また，$\angle DAE = 180^\circ - (\angle BAG + \angle BAC) = 60^\circ$ …②
①，②から，∠DAE=∠DCB …③
共通な角より ∠ADE＝∠CDB …④
③，④から 2 組の角がそれぞれ等しい
したがって　△ADE ∽ △CDB</td><td>小前提を省略したものについては，適宜減点とする。</td><td>10</td><td rowspan="2">15</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">AF : FB = 1 : 2</td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="5">6</td><td rowspan="4">(1)</td><td>ア</td><td>2</td><td rowspan="4"></td><td rowspan="4">8</td><td rowspan="5">14</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>3</td></tr>
<tr><td>ウ</td><td>7</td></tr>
<tr><td>エ</td><td>8</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">n を整数とすると，連続する 2 つの偶数は$2n$，$2n+2$と表される。

連続する 2 つの偶数の積に 1 をたした数は
$2n \times (2n+2) + 1 = 4n^2 + 4n + 1$
$= (2n+1)^2$
n は整数より，$2n+1$ は奇数であるから
$(2n+1)^2$は奇数の 2 乗になる。

したがって，連続する 2 つの偶数の積に 1 をたした数は，奇数の 2 乗になる。</td><td>適宜減点とする。</td><td>6</td></tr>
</table>