数　　学　(45 分)

〔注意〕1　特に指示がない限り，答えに $\sqrt{\ }$ が含まれるときは，$\sqrt{\ }$ をつけたままで答えなさい。
また，$\sqrt{\ }$ の中の数は，できるだけ小さい自然数にしなさい。
2　円周率は π を用いなさい。

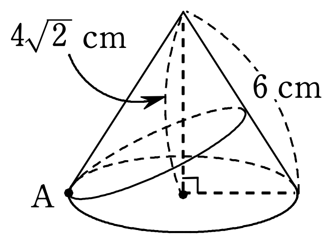
$\boxed{1}$ 次の ① 〜 ⑥ の $\boxed{}$ に適当な数を書きなさい。

① $(3-4\sqrt{3})^2-\dfrac{6}{\sqrt{3}}\div\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}\right)$ を計算すると $\boxed{}$ である。

② x についての方程式 $(2a-5)x-a^2+4a+3=0$ の解が $x=-1$ であるような定数 a の値をすべて求めると $a=\boxed{}$ である。

③ 関数 $y=ax^2$ (a は定数) において，x の値が 3 から 7 まで増加するときの変化の割合が 5 であった。このとき，$a=\boxed{}$ である。

④ 右の図のような，母線の長さが 6 cm，高さが $4\sqrt{2}$ cm の円錐(すい)がある。この円錐の底面の半径は $\boxed{(1)}$ cmである。また，この円錐の底面の円周上に点 A をとり，点 A から円錐の側面に沿って 1 周して点 A に戻るようにひもをかける。ひもの長さがもっとも短くなるときのひもの長さは $\boxed{(2)}$ cmである。



⑤ 右の図のように，1，2，3，3，4 と数字が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードがある。この 5 枚のカードを箱に入れて，よくかき混ぜてから同時に 2 枚のカードを取り出すとき，取り出した 2 枚のカードに書かれている数の積が偶数になる確率は $\boxed{}$ である。ただし，どのカードを取り出すことも，同様に確からしいものとする。

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$

⑥ ある高校では，売店でクッキーを販売している。ある週の 5 日間のクッキーが売れた個数を調べたところ，その個数は次のようになった。

12, 25, 18, a, b

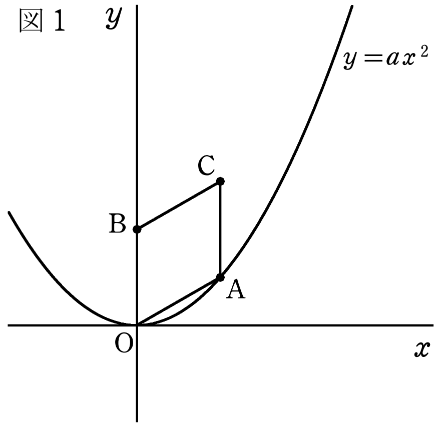
この 5 日間のデータの平均値が 21，中央値が 20 であるとき，$a=\boxed{(1)}$，$b=\boxed{(2)}$ である。ただし，平均値，中央値は真の値であり，近似値ではない。また，$a<b$ とする。

$\boxed{2}$ ある 100 人に 100 点満点のテストを行ったところ，得点の平均値は 60 点だった。その 100 人のうち，ある 40 人の得点の平均値は x 点，残りの 60 人の得点の平均値は y 点であった。さらに，その 100 人のうち，ある 30 人の得点の平均値は $(1.2x+2.3)$ 点で，残りの 70 人の得点の平均値は $(0.9y-0.9)$ 点であった。そして，これらの得点の平均値はすべて真の値であり，近似値ではない。このとき，x，y の値をそれぞれ求めなさい。ただし，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書きなさい。

$\boxed{3}$ 3 桁の自然数 N がある。N が 3 の倍数であるとき，N の各位の数の和も 3 の倍数であることを証明しなさい。

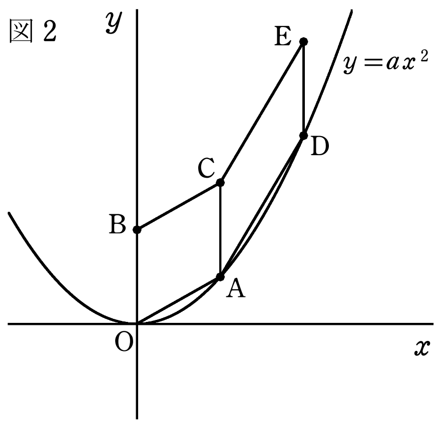
数　　学　(45 分)

4　図 1 のように，原点 O と関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフがあり，そのグラフ上に点 A ($\sqrt{3}$, 1) がある。また，y 軸上に点 B(0, 2) をとる。さらに，点 C を四角形 OACB が平行四辺形となるようにとる。次の ①，③ は $\boxed{}$ に適当な数を書きなさい。また，② では答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書きなさい。

図 1


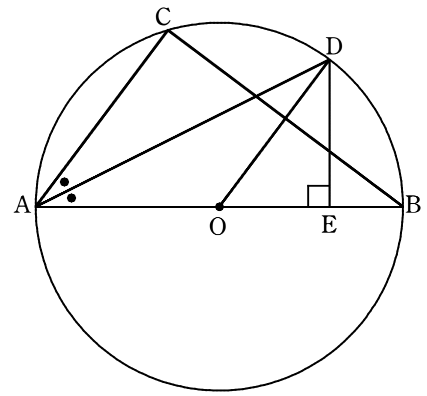
① $a=\boxed{(1)}$ であり，点 C の y 座標は $\boxed{(2)}$ である。

② 図 2 のように，2 点 D，E を平行四辺形 OACB と平行四辺形 ADEC の面積が等しくなるようにとる。ただし，2 点 D，E の x 座標はいずれも点 A の x 座標より大きいものとする。また，点 D は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にとることとする。このとき，直線 OD の式を求めなさい。

図 2


③ ② のとき，平行四辺形 OACB の面積と平行四辺形 ADEC の面積をともに 2 等分する直線を ℓ とする。ℓ と y 軸との交点の y 座標は $\boxed{(1)}$ である。また，ℓ により四角形 ODEB が 2 つの図形にわけられる。そのうち，2 点 B，E を含む図形を ℓ を軸に 1 回転させてできる立体の体積は $\boxed{(2)}$ である。

5　右の図のように，線分 AB を直径とする円 O の周上に点 C があり，AB=10，BC=8 である。∠CAB の二等分線と円 O の交点のうち，点 A と異なる点を D とする。また，線分 AB 上に点 E を，∠AED=90° となるようにとる。次の ①，③，④ では $\boxed{}$ に適当な数を書き，② では指示にしたがって答えなさい。



① △ABC の面積は $\boxed{}$ である。

② △ABC∽△ODE であることを証明しなさい。

③ 線分 OE の長さは $\boxed{(1)}$ であり，線分 CE の長さは $\boxed{(2)}$ である。

④ 線分 AD を直径とする円の周上に点 P を，△ECP の面積がもっとも大きくなるようにとるとき，△ECP の面積は $\boxed{}$ である。

数(3)

受検番号	(算用数字)	志願校	

解　答　用　紙（１枚目）

※	※	※
数(3)	数(4)	計

1

	①	
	②	
	③	
	④ (1)	(cm)
	④ (2)	(cm)
	⑤	
	⑥ (1)	
	⑥ (2)	

2

3

数(4)

受検番号	(算用数字)	志願校	

解　答　用　紙（２枚目）

※

数(4)

4

	① (1)	
	① (2)	
	②	
	③ (1)	
	③ (2)	

5

	①	
	②	
	③ (1)	
	③ (2)	
	④	

数(3)

受検番号	(算用数字)	志願校	

解　答　用　紙（１枚目）

※	※	※
数(3)	数(4)	計

1

①	57
②	-2，4
③	$\frac{1}{2}$
④(1)	2 (cm)
④(2)	$6\sqrt{3}$ (cm)
⑤	$\frac{7}{10}$
⑥(1)	20
⑥(2)	30

2

100 人の平均値が 60 点なので，100 人の合計点は 6000 点である。

40 人の得点の平均値が x 点，60 人の平均値が y 点なので

$40x+60y=6000$ ⋯ [1]

また，30人の得点の平均値が $(1.2x+2.3)$ 点，

70人の平均値が $(0.9y-0.9)$ 点なので

$30(1.2x+2.3)+70(0.9y-0.9)=6000$ ⋯ [2]

[1]，[2] より $x=51$，$y=66$　……答

3

百の位の数を a，十の位の数を b，一の位の数を c とすると，

$N=100a+10b+c$ と表される。

(ただし， a は 1 以上 9 以下の整数，b，c はそれぞれ 0 以上 9 以下の整数)

N が3の倍数なので，自然数 m を用いて

$100a+10b+c=3m$ とおける。

N の各位の数の和は $a+b+c$ で表されるので，

$a+b+c=3m-99a-9b=3(m-33a-3b)$

$m-33a-3b$ は整数なので， $a+b+c$ は 3 の倍数。

よって， N の各位の数の和も 3 の倍数である。

数(4)

受検番号	(算用数字)	志願校	

解　答　用　紙（２枚目）

※

数(4)

4

①(1)	$\frac{1}{3}$
①(2)	3
②	平行四辺形 OACB と平行四辺形 ADEC の面積が等しいので AC を底辺としたときの高さが等しく，その高さは $\sqrt{3}$ よって，点 D の x 座標は，$2\sqrt{3}$ 点 D は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点なので，y 座標は $\frac{1}{3}\times(2\sqrt{3})^2=4$ よって，直線 OD の傾きは，$\frac{4}{2\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ したがって，求める式は，$y=\frac{2\sqrt{3}}{3}x$
③(1)	$\frac{1}{2}$
③(2)	$\frac{27\sqrt{7}}{14}\pi$

5

①	24
②	△ABC と △ODE において 点 C は AB を直径とする円周上の点なので　∠ACB=90°　……[1] また，仮定より∠AED=90°なので　∠OED=90°……[2] [1]，[2]より，∠ACB=∠OED=90°……[3] AD は ∠CAB の二等分線なので　$\angle DAB=\frac{1}{2}\angle BAC$　であり， 円周角と中心角の関係から　$\angle DAB=\frac{1}{2}\angle DOE$ であるから， ∠BAC=∠DOE　……[4] [3]，[4]より 2 組の角がそれぞれ等しいので　△ABC∽△ODE
③(1)	3
③(2)	$\frac{2\sqrt{265}}{5}$
④	$\frac{26+10\sqrt{53}}{5}$