4
―
国

数

学

数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7 ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は 50 分で，終わりは**午前 11 時 10 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に **HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

$\boxed{1}$　次の各問に答えよ。

〔問 1〕　$\left(\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)-\left(\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2$　を計算せよ。

〔問 2〕　連立方程式　$\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}y=-\dfrac{1}{3} \\ 2x+6y=1 \end{cases}$　を解け。

〔問 3〕　2 次方程式　$(2x-1)^2-6=5(2x-1)$　を解け。

〔問 4〕　箱の中に 1，2，3，4，5，6，7，8 の数字を 1 つずつ書いた 8 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$ が入っている。

箱の中から 1 枚のカードを取り出し，取り出したカードを箱に戻すという操作を 2 回繰り返す。

1 回目に取り出したカードに書かれた数を a，2 回目に取り出したカードに書かれた数を b とするとき，2 桁の自然数 $10a+b$ が 3 の倍数となる確率を求めよ。

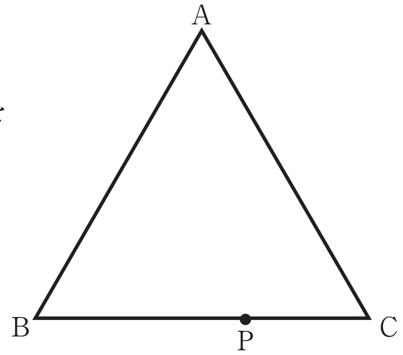
ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕　右の図において，△ABC は正三角形である。

点 P は辺 BC 上にあり，BP：PC＝$\sqrt{3}$：1 である。

解答欄に示した図をもとにして，点 P を定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

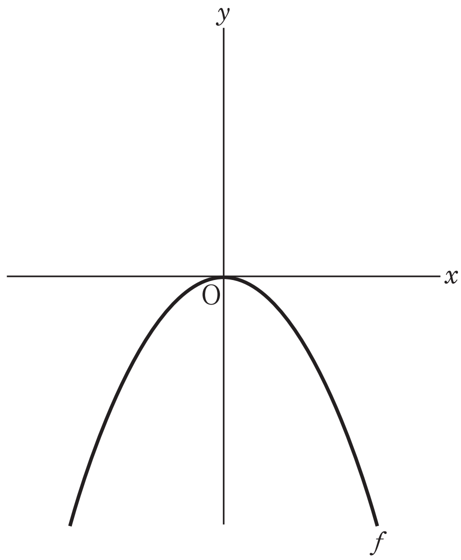


2　右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離をそれぞれ1cmとする。

次の各問に答えよ。

図1



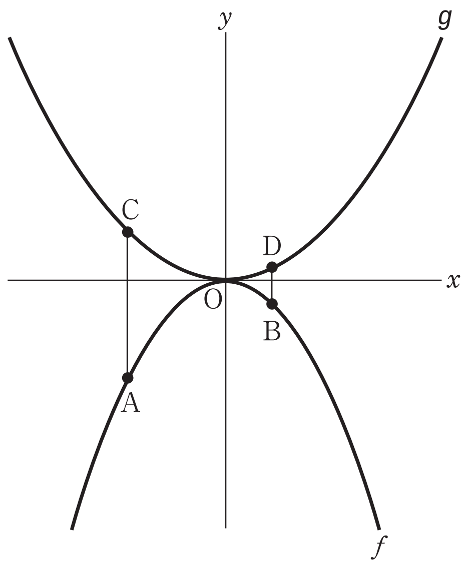
〔問1〕　関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ について，

xの変域が$-2a \leqq x \leqq a$（$a>0$）であるとき，

yの変域を不等号とaを用いて $\boxed{} \leqq y \leqq \boxed{}$ で表せ。

〔問2〕 右の**図2**は**図1**において，曲線f上にありx座標が$-2a$，a $(a>0)$ である点をそれぞれA, Bとし, 曲線gは関数$y=px^2$ $(p>0)$のグラフで, 曲線g上にありx座標が$-2a$，aである点をそれぞれC, Dとし，点Aと点C, 点Bと点Dをそれぞれ結んだ場合を表している。

図2



(1) $a=\dfrac{1}{3}$，$p=\dfrac{1}{4}$のとき，2点A，Bを通る直線と2点C，Dを通る直線との交点をE, 曲線g上にあり，x座標がtで点Cと異なる点をFとし，点Aと点F，点Eと点Fをそれぞれ結んだ場合を考える。

△AECの面積と△AEFの面積が等しくなるとき，tの値を求めよ。

ただし, 答えだけではなく, 答えを求める過程が分かるように, 途中の式や計算なども書け。

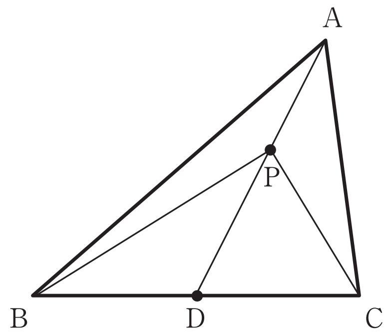
(2) 点Oと点A，点Oと点B，点Oと点C，点Oと点Dをそれぞれ結んだ場合を考える。

△OAC，△OBDの面積をそれぞれS cm^2，T cm^{2}とするとき，S+Tをa, pを用いて表せ。

また，a，pがともに自然数のとき，S+Tの値が自然数になるもののうち，最も小さい値を求めよ。

3 右の**図 1** で，△ABC は鋭角三角形である。
辺 BC の中点を D とする。
頂点 A と点 D を結ぶ。
点 P は線分 AD 上にある点で，頂点 A と点 D のいずれにも一致しない。
頂点 B と点 P，頂点 C と点 P をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

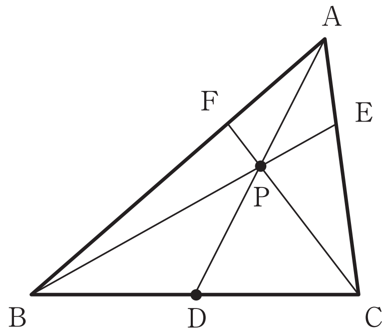
図 1



〔問 1〕 **図 1** において，∠BPC ＝ 90°，∠PDC ＝ 78° のとき，∠APB の大きさは何度か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，
線分 BP を P の方向に延ばした直線と辺 AC との交点を E，線分 CP を P の方向に延ばした直線と辺 AB との交点を F とした場合を表している。

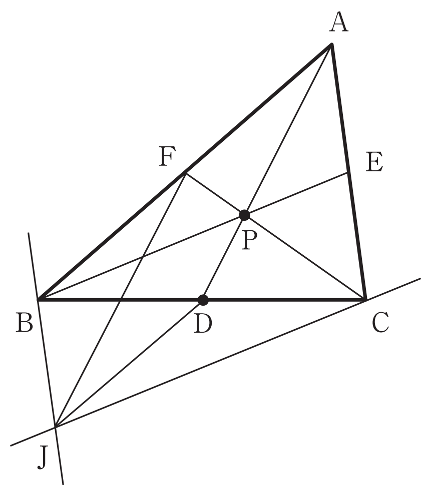
図 2



(1)　点 F を通り，線分 AD に平行な直線を引き，線分 BP，線分 BD との交点をそれぞれ H，I とした場合を考える。
　BF：FA ＝ 2：1 のとき，HI：AD を最も簡単な整数の比で表せ。

(2)　右の**図 3** は，**図 2** において，
頂点 B を通り，辺 AC に平行に引いた直線と，頂点 C を通り，辺 BE に平行に引いた直線との交点を J とし，点 D と点 J，点 F と点 J をそれぞれ結んだ場合を表している。
　点 E，点 F がそれぞれ辺 AC，辺 AB の中点であるとき，四角形 AFJD は平行四辺形であることを証明せよ。

図 3

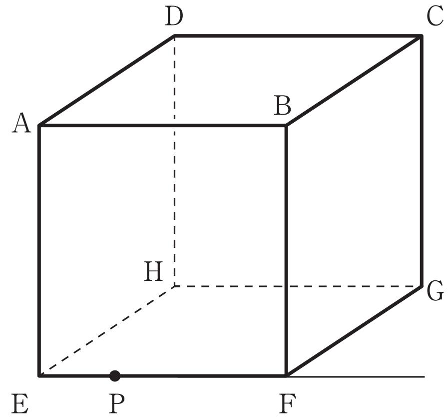


4 右の**図1**に示した立体 ABCD－EFGH は，１辺の長さが 8 cm の立方体である。

辺 EF および線分 EF を F の方向に延ばした直線上にある点を P とする。

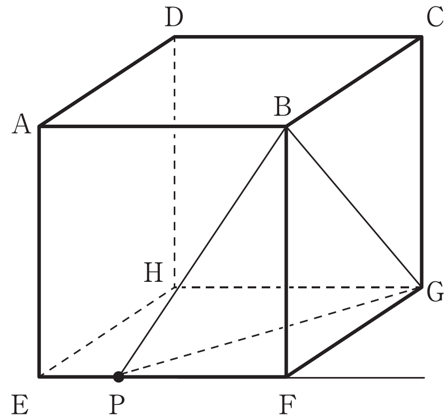
次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，点 P と頂点 B，頂点 B と頂点 G，頂点 G と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

図2



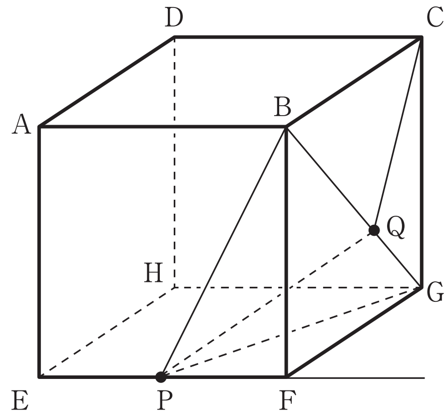
(1) 点 P が辺 EF 上にあり，立体 P－BFG の体積が立体 ABCD－EFGH の体積の $\frac{1}{10}$ 倍になるとき，EP の長さは何 cm か。

(2) 右の**図3**は，**図2**において，EP＝4 cm のとき，線分 BG 上にあり，頂点 B，頂点 G のいずれにも一致しない点を Q とし，点 P と点 Q，頂点 C と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

PQ＋QC の長さが最も短くなるとき，△PQG と△BQC の面積の和は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，図や途中の式などもかけ。

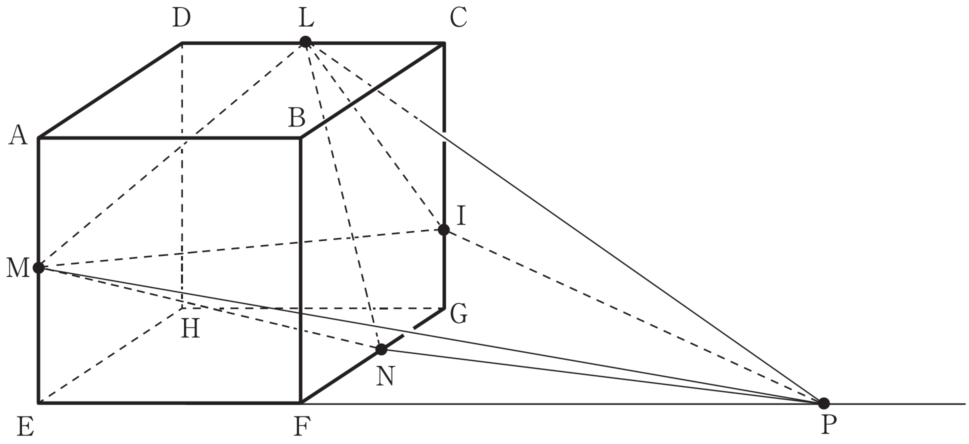
図3



〔問2〕　下の**図4**は，**図1**において，EP＝24 cm のとき，辺 CD，辺 AE，辺 FG の中点をそれぞれ L，M，N とし，辺 CG 上にあり，頂点 C，頂点 G のいずれにも一致しない点を I とし，点 M と点 N，点 N と点 P，点 P と点 M，点 L と点 M，点 L と点 N，点 L と点 P，点 I と点 M，点 I と点 L，点 I と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

立体 N－LMP と立体 I－LMP の体積が等しいとき，IG の長さは何 cm か。

図4



正答表　数学

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は、HB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って、◯ の中を正確に塗りつぶすこと。

2　記入した内容を直すときは、きれいに消して、消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり、記入したりしないこと。

良い例	悪い例
●	線　小さい　はみ出し　丸囲み　レ点　うすい

＊受検番号欄は裏面にもあります。

受	検	番	号			
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9

(4－国)

1

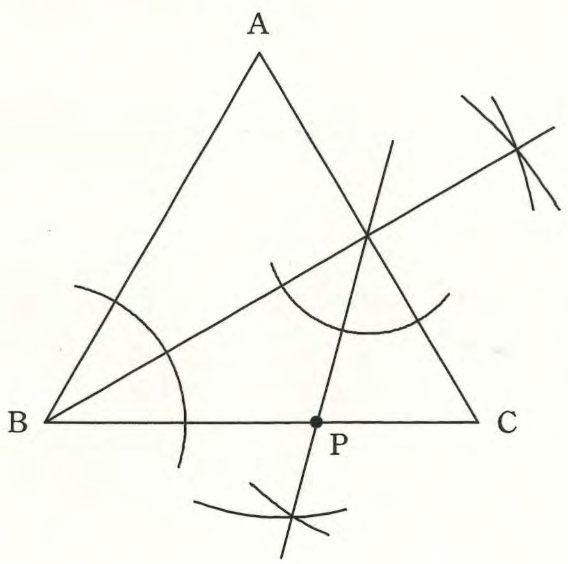
〔問1〕 $1+2\sqrt{15}$

〔問2〕 $x=-\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{3}$

〔問3〕 $0, \frac{7}{2}$

〔問4〕 $\frac{11}{32}$

〔問5〕 【 作 図 】



2

〔問1〕 $-2a^2 \leqq y \leqq 0$

〔問2〕 (1) 【 途中の式や計算など 】

直線 CF は，傾きが直線 AB と等しく点 $C\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{9}\right)$ を通る

ここで，直線AB を　$y=mx+n$ とおき

$A\left(-\frac{2}{3}, -\frac{2}{9}\right)$，$B\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{18}\right)$ を代入すると

$-\frac{2}{9}=-\frac{2}{3}m+n$　…①　　$-\frac{1}{18}=\frac{1}{3}m+n$　…②

②−①　より　　傾き　$m=\frac{1}{6}$

したがって　直線 CF は　$y=\frac{1}{6}x+q$　とおけ

$C\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{9}\right)$ を代入すると

$\frac{1}{9}=\frac{1}{6}\left(-\frac{2}{3}\right)+q$　より　$q=\frac{2}{9}$

よって　直線 CF は，$y=\frac{1}{6}x+\frac{2}{9}$　と表され

点 F の y 座標は　$\frac{1}{6}t+\frac{2}{9}$　…③

また，点 F は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点より　y 座標は　$\frac{1}{4}t^2$　…④

③，④より　　$\frac{1}{4}t^2=\frac{1}{6}t+\frac{2}{9}$

整理して　$9t^2-6t-8=0$

$t=\frac{6\pm\sqrt{324}}{18}=\frac{6\pm 18}{18}=-\frac{2}{3}, \frac{4}{3}$

点 F は点 C と異なる点より　$t=\frac{4}{3}$

（答え）　$t=\frac{4}{3}$

〔問2〕 (2)

a , p を用いて表すと　$\frac{9}{2}a^3p+\frac{9}{4}a^3$

最も小さい値は　54

正答表　数学

受 検 番 号						

3

〔問1〕 141 度

〔問2〕 (1) HI : AD＝ 1:3

〔問2〕 (2) 【 証 明 】

BE//JC , BJ//EC より四角形 BJCE は平行四辺形である。
また，辺 BC は平行四辺形 BJCEの対角線で，
仮定から点 D は辺 BC の中点だから， BD＝CD より，
点 D は平行四辺形 BJCE の対角線の交点である。
点 J と点 E は平行四辺形 BJCE の頂点だから，
点 J と点 E を結ぶと，線分 JE は平行四辺形 BJCE の
対角線なので，点D を通る。

したがって

DJ＝ED　……①

△CAB において

仮定より

点D と点E はそれぞれ辺CB と辺CA の中点なので

ED∥AB , $ED=\frac{1}{2}AB$

また，点F は辺AB の中点なので，AF＝BF より

$\frac{1}{2}AB=AF$

したがって

AF∥ED , AF＝ED

①より

AF//DJ , AF＝DJ

よって，

１組の対辺が平行で長さが等しいので

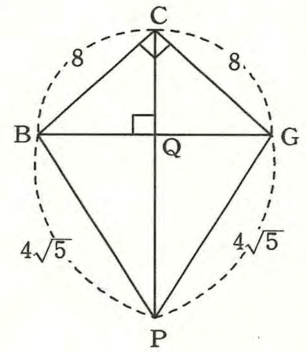
四角形AFJDは平行四辺形である。

4

〔問1〕 (1) $\frac{16}{5}$ cm

〔問1〕 (2) 【 図や途中の式など 】

立体PGCB の展開図の一部を考えて，
点Q は線分BG と線分CP の交点である。
ここで，CB＝CG＝8，PB＝PG＝$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$ で
△PBG と△CBG は二等辺三角形なので，
Q はBG の中点で，CP⊥BG である。



$CQ^2=8^2-(4\sqrt{2})^2$

より

$CQ=4\sqrt{2}$

$PQ^2=(4\sqrt{5})^2-(4\sqrt{2})^2$

より

$PQ=4\sqrt{3}$

よって

△PQG＋△CQB

＝四角形PGCB$\times\frac{1}{2}$

$=(BG\times CQ\times\frac{1}{2}+BG\times PQ\times\frac{1}{2})\times\frac{1}{2}$

$=BG(CQ+PQ)\times\frac{1}{4}$

$=8\sqrt{2}(4\sqrt{2}+4\sqrt{3})\times\frac{1}{4}$

$=16+8\sqrt{6}$

（答え）　($16+8\sqrt{6}$) cm^2

〔問2〕 $\frac{7}{3}$ cm