数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時10分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆**（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

6　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。**

7　**円周率は π を用いなさい。**

8　解答は，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

9　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

10　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

11　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$y = \dfrac{1+\sqrt{2}}{4}$ のとき，$x^2 - 4xy + 4y^2 - 4y + 1$ の値を求めよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ \dfrac{11}{2}x + \dfrac{3}{4}y = 4.7 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 x についての 2 次方程式 $x^2 + 5ax + 84 = 0$ の 2 つの解がともに整数となるような整数 a の値は何個あるか。

〔問 4〕 1 から 6 までの目が出るさいころを 2 回投げる。

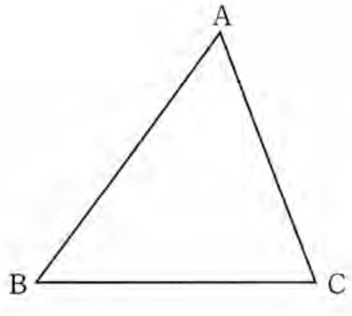
1 回目に出た目の数を a，2 回目に出た目の数を b とするとき，$337(a+b)$ が 2022 の約数となる確率を求めよ。

ただし，さいころは，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図で，△ABC は∠A = 56°，∠C = 70° の鋭角三角形である。

解答欄に示した図をもとにして，辺 AC 上にあり，∠BDC = 80° となる点 D を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 D の位置を示す文字 D も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

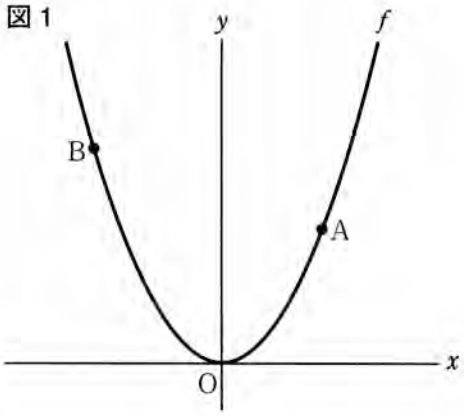


2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線 f は $y = ax^2$（$a > 0$）のグラフを表している。

2点A，Bはともに曲線 f 上にあり，x 座標はそれぞれ2，s（$s < 0$）である。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離をそれぞれ1 cmとして，次の各問に答えよ。

図1



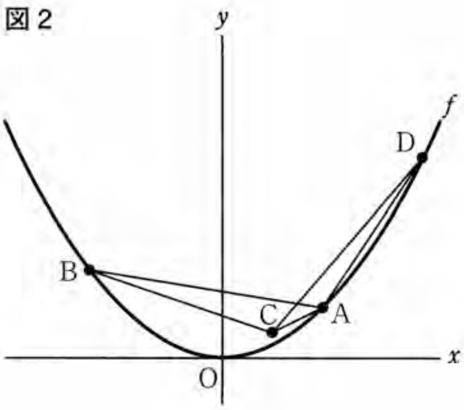
〔問1〕 **図1**において，$a = \dfrac{1}{2}$，$s = -3$ のとき，2点A，Bを通る直線の式を求めよ。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，$a = \dfrac{1}{4}$，$s = -\dfrac{8}{3}$ のとき，点Cを $\left(1,\ \dfrac{1}{2}\right)$，曲線 f 上にあり，x 座標が t（$t > 2$）である点をDとし，点Aと点B，点Aと点C，点Aと点D，点Bと点C，点Cと点Dをそれぞれ結んだ場合を表している。

△ABCの面積と△ADCの面積が等しくなるとき，t の値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図2



〔問3〕 **図1**において，$s = -1$ のとき，点Oと点A，点Oと点B，点Aと点Bをそれぞれ結んだ場合を考える。

$\angle AOB = 90°$ となるときの a の値を p，$\angle OBA = 90°$ となるときの a の値を q とし，a の値が p から q まで増加するとき，点Aが動く距離は何cmか。

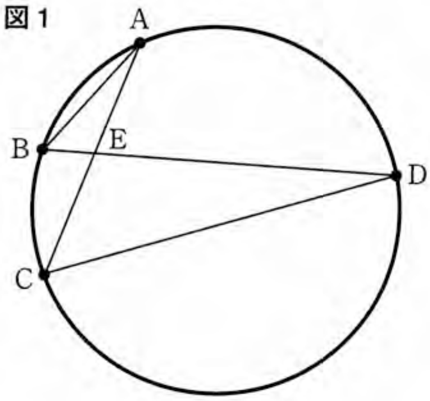
3 右の**図 1** で，異なる 3 点 A，B，C は同一円周上にある。

点 D は点 B を含まない $\overset{\frown}{AC}$ 上にある。

点 A と点 B，点 A と点 C，点 B と点 D，点 C と点 D をそれぞれ結び，線分 AC と線分 BD との交点を E とする。

次の各問に答えよ。

図 1



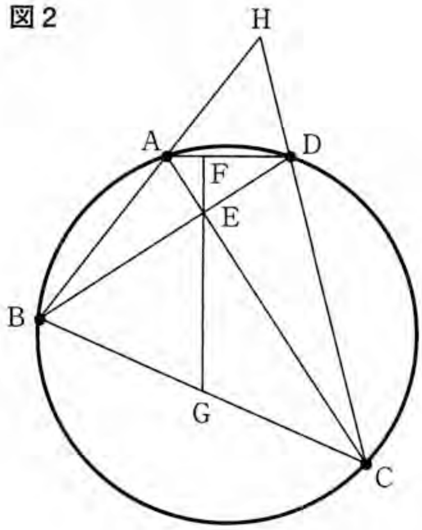
〔問 1〕 **図 1** において，AB = 3 cm，BE = 1 cm，CD = 7 cm，AE = EC のとき，線分 DE の長さは何 cm か。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，線分 AC と線分 BD が垂直に交わるとき，点 B と点 C，点 A と点 D をそれぞれ結び，点 E を通り線分 AD に垂直な直線を引き，線分 AD，線分 BC との交点をそれぞれ F，G とし，線分 AB を A の方向に延ばした直線と線分 CD を D の方向に延ばした直線との交点を H とした場合を表している。

ただし，∠ABC，∠BCD はともに鋭角であるものとする。

次の(1)，(2)に答えよ。

図 2



(1) 点 G は線分 BC の中点であることを証明せよ。

(2) ∠EGC = 120°，AD : BC = 1 : 3 のとき，△ BCE の面積は △ ADE の面積の何倍か。
また，△ ADH の面積は △ ADE の面積の何倍か。

4 右の**図1**に示した立体 ABCD − EFGH は，$AB = AE = 4$ cm，$AD = 6\sqrt{2}$ cm の直方体である。

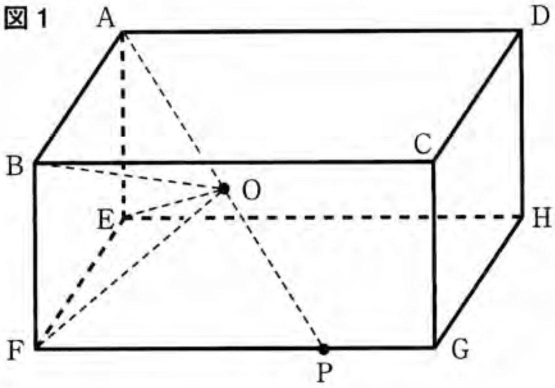
辺 FG 上の点を P とする。

頂点 A と点 P を結ぶ。

線分 AP の中点を O とし，点 O と頂点 B，点 O と頂点 E，点 O と頂点 F をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 **図1**において，点 O と頂点 G を結んだ場合を考える。
$FP = 4\sqrt{2}$ cm のとき，線分 OG の長さは何 cm か。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，点Pが頂点Gに一致するとき，辺AE，辺BF，辺CG，辺DH上にあり，

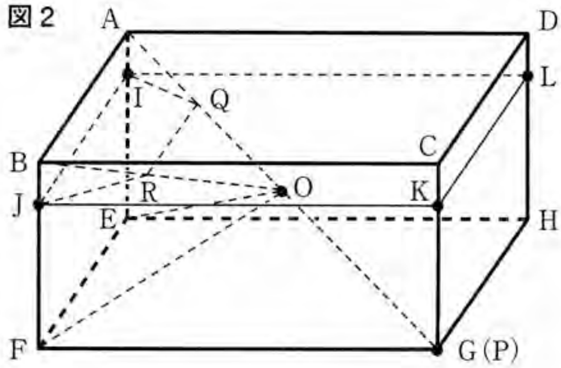
$AI = BJ = CK = DL = x$ cm $(0 < x < 2)$

となる点をそれぞれI，J，K，L，この4点を含む平面と線分OA，線分OBとの交点をそれぞれQ，Rとし，点Iと点Q，点Jと点R，点Qと点Rをそれぞれ結んだ場合を表している。

線分QRをQの方向に延ばした直線と，線分ILとの交点をSとした場合を考える。

次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1) 線分ISの長さは何cmか，xを用いて表せ。

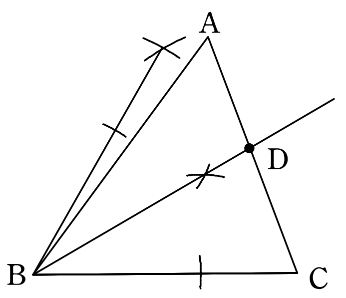
(2) $x = 1$のとき，立体AIQ − BJRの体積は何cm^3か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

正　答　表

数　　　学

1		点
〔問 1〕	$\frac{1}{4}-\sqrt{2}$	5
〔問 2〕	$x=\frac{2}{5}$， $y=\frac{10}{3}$	5
〔問 3〕	6　個	5
〔問 4〕	$\frac{2}{9}$	5
〔問 5〕		5



2		点
〔問 1〕	$y=-\frac{1}{2}x+3$	7
〔問 2〕	【　途中の式や計算など　】	11

2 点 B，Dを通る直線が 2 点 C，Aを通る直線と平行になるとき，線分 CA を底辺としたときの△ABC の高さと△ADC の高さが等しくなるから，△ABC の面積と△ADC の面積が等しくなる。

2 点 C， Aを通る直線を ℓ とする。

直線 ℓ と点 Bを通り y 軸に平行な直線との交点を E，直線 ℓ と点 D を通り y 軸に平行な直線との交点を F とする。

点 B と点 E，点 E と点 F，点 F と点 D，点 D と点 B を結んでできる四角形 BEFD は BE $/\!/$ DF， BD $/\!/$ EF が成り立つから平行四辺形になる。

よって　BE = DF　…　①　が成り立つ。

ここで， $a=\frac{1}{4}$， $s=-\frac{8}{3}$ より， 曲線 f の式は　$y=\frac{1}{4}x^2$，

点A $(2,1)$，点 B $\left(-\frac{8}{3},\frac{16}{9}\right)$，点 C$\left(1,\frac{1}{2}\right)$，点 D$\left(t,\frac{1}{4}t^2\right)$ となる。

2 点A $(2,1)$，点 C$\left(1,\frac{1}{2}\right)$ を通る直線の式は　$y=\frac{1}{2}x$ ゆえ

点 E$\left(-\frac{8}{3},-\frac{4}{3}\right)$， 点 F$\left(t,\frac{1}{2}t\right)$　と表される。

よって，①より　$\frac{16}{9}-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{4}t^2-\frac{1}{2}t$　が成り立つ。

これを整理して　$9t^2-18t-112=0$

解の公式より　$t=\frac{18\pm\sqrt{18^2-4\times9\times(-112)}}{2\times9}$

$=\frac{14}{3}$， $-\frac{8}{3}$

$t>2$ ゆえ　　$t=\frac{14}{3}$

（答え）　　$t=\frac{14}{3}$

〔問 3〕	$(\ 4-2\sqrt{2}\ )$　cm	7

3		点
〔問 1〕	$\frac{49}{9}$ cm	7
〔問 2〕 (1)	【 証 明 】	11

△ADEと△EDFにおいて,
仮定よりAC⊥BD，AD⊥EFだから,
∠AED＝∠EFD＝90° … ①
また，∠Dは共通 … ②
①②より，2組の角がそれぞれ等しいから,
△ADE∽△EDFとわかる。
よって，対応する角の大きさは等しいから,
∠DAE＝∠DEF … ③
また，対頂角は等しいから,
∠DEF＝∠GEB … ④
$\overset{\frown}{CD}$ に対する円周角は等しいから,
∠DAC（∠DAE）＝∠DBC … ⑤
③④⑤より，∠GBE＝∠GEBとなる。
よって，△GBEはGE＝GBの二等辺三角形である。… ⑥
同様にして，△GCEはGE＝GCの二等辺三角形である。… ⑦
⑥⑦より，GB＝GCだから，GはBCの中点である
ことがわかる。

〔問 2〕	(2)	△BCEの面積	△ADHの面積	
		9 倍	$\frac{5+2\sqrt{3}}{4}$ 倍	7

4		点
〔問 1〕	$2\sqrt{10}$ cm	7
〔問 2〕 (1)	$\frac{3\sqrt{2}}{2}x$ cm	7
〔問 2〕 (2)	【 途中の式や計算など 】	11

線分 QR を延長して，線分 JK と交わる点を
T とする。

$x=1$ のとき，(1)より，IS＝$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm となり，

AS : AH＝IS : EH ＝$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ： $6\sqrt{2}$ ＝1:4となる。

△AQSと△AGH（△APH）において，辺QSと
辺GH（辺PH）が平行であるから,
△AQS∽△AGH とわかり，その相似比は 1 : 4 と
なる。
GH の長さは 4 cm であるから，QS の長さは 1 cm で
ある。
求める立体 AIQ－BJR の体積は，三角柱 AIS－BJT の
体積から，三角すい A－IQS の体積と三角すい
B－JRT の体積を引いたものである。
図の対称性より，三角すい A－IQS の体積と三角すい
B－JRT の体積は，どちらも

$$\frac{1}{2}\times1\times\frac{3}{2}\sqrt{2}\times1\times\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{2}}{4}\ \text{cm}^3$$

となる。また，三角柱 AIS－BJT の体積は,

$$\frac{1}{2}\times1\times\frac{3}{2}\sqrt{2}\times4=3\sqrt{2}\ \text{cm}^3$$

である。よって，求める立体 AIQ－BJR の体積は,

$$3\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\ \text{cm}^3$$ となる。

（答え） $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm^3

小計 1	小計 2	小計 3	小計 4
25	25	25	25

合 計 得 点
100