数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は **50** 分で，終わりは**午前 11** 時 **10** 分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ⬭ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1　次の各問に答えよ。

〔問１〕 $\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2-\dfrac{4(2-\sqrt{6})}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問２〕 二次方程式 $\dfrac{1}{4}(x-4)^2=10-x$ を解け。

〔問３〕 １から６までの目が出る大小１つずつのさいころを同時に１回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$3a+b$ が 21 の約数となる確率を求めよ。

ただし，大小２つのさいころはともに，１から６までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

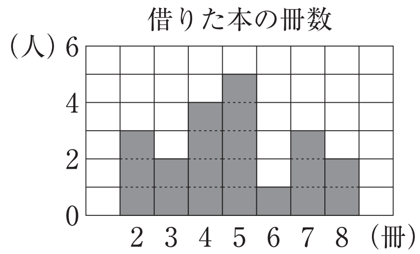
〔問４〕 ある中学校の生徒 20 人について，４月に図書館で借りた本の冊数を調べたところ，次のような結果になった。

4, 5, 2, a, 7, 6, 5, 4, b, 2, c, 8, 5, 3, 4, d, 4, 3, 7, 5

右のグラフは，借りた本の冊数ごとの人数を表したものである。

このとき，整数 a, b, c, d の平均値はいくつか。

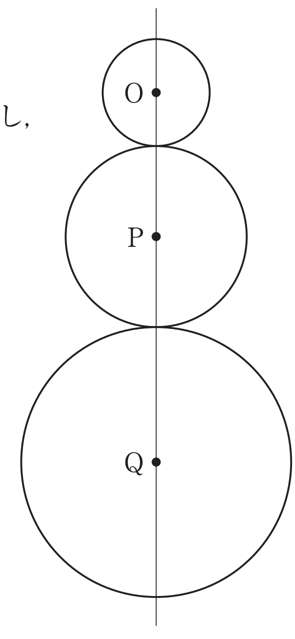
小数第１位まで求めよ。



〔問５〕 右の図のように，円 O，円 P，円 Q は円の中心が同一直線上にあり，円 P は円 O と円 Q に接している。

解答欄に示した図をもとにして，円 P を定規とコンパスを用いて作図し，円 P と円 Q の中心の位置を示す文字 P，Q もそれぞれ書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



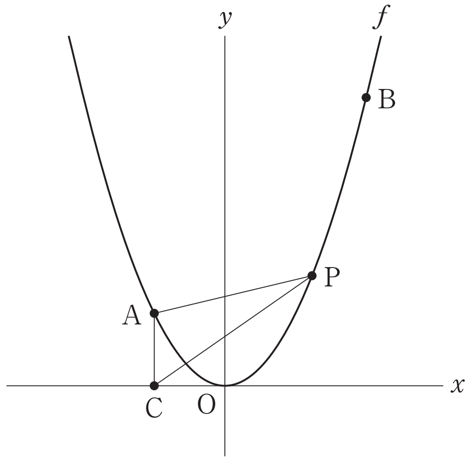
2 右の図で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

3点A，B，Pは全て曲線 f 上にあり，点Aの x 座標は -2，点Bの x 座標は4であり，点Pの x 座標を p とする。

x 軸上にあり，x 座標が点Aの x 座標と等しい点をCとする。

点Aと点C，点Cと点P，点Pと点Aをそれぞれ結ぶ。

点Oから点（1，0）までの距離，および点Oから点（0，1）までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。



〔問1〕 △ACPがPA＝PCの二等辺三角形となるとき，p の値を全て求めよ。

〔問2〕 ∠ACP＝45°のとき，p の値を全て求めよ。

〔問３〕　図において，点Ａと点Ｂ，点Ｐと点Ｂをそれぞれ結んだ場合を考える。

$-2 < p < 4$ のとき，△ACP の面積と △ABP の面積が等しくなるような，p の値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

3 右の**図 1** で，円 O は半径が $4\sqrt{2}$ cm の円，円 O′ は半径が 8 cm の円で，円 O の中心は，円 O′ の外側にあり，２つの円は，異なる２点 A，B で交わり，点 A と点 B を結んでできる線分 AB の長さは 8 cm である。

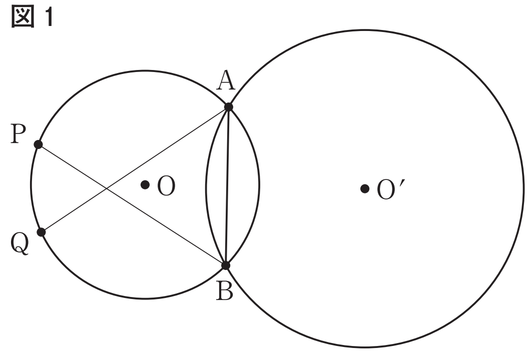
点 P は，円 O の周上で，円 O′ の外側にある点で，点 A，点 B のいずれにも一致しない。

点 Q は，円 O の周上で，点 A を含まない $\overset{\frown}{BP}$ 上にある点で，点 B，点 P のいずれにも一致しない。

点 A と点 Q，点 B と点 P をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1



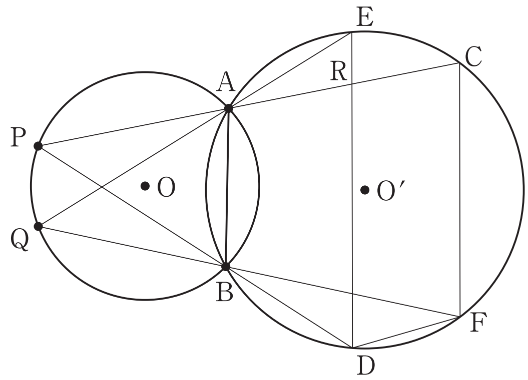
〔問 1〕 **図 1** において，$\angle ABP = \angle BAQ = 60°$ の場合を考える。
次の (1)，(2) に答えよ。

(1) 点 A と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ結んだ場合を考える。
$\angle APQ$ の大きさは何度か。

(2) 点 O と点 O′ を結んだ場合を考える。
線分 OO′ の長さは何 cm か。

〔問２〕　右の**図２**は，**図１**において，
45°≦∠ABP≦60°，45°≦∠BAQ≦60°のとき，
２点Ａ，Ｐを通る直線を引き，円O′との交点のうち，
点Ａと異なる点をＣ，２点Ｂ，Ｐを通る直線を引き，
円O′との交点のうち，点Ｂと異なる点をＤ，
２点Ａ，Ｑを通る直線を引き，円O′との交点のうち，
点Ａと異なる点をＥ，２点Ｂ，Ｑを通る直線を引き，
円O′との交点のうち，点Ｂと異なる点をＦとし，
点Ｃと点Ｆ，点Ｄと点Ｅ，点Ｄと点Ｆをそれぞれ結び，
線分PCと線分EDとの交点をＲとした場合を表している。
　PC∥DFのとき，四角形RDFCは平行四辺形で
あることを次のように証明した。
　□の部分では，RD∥CFを示している。
　□に当てはまる証明の続きを書き，この証明を完成させなさい。

図２



証明

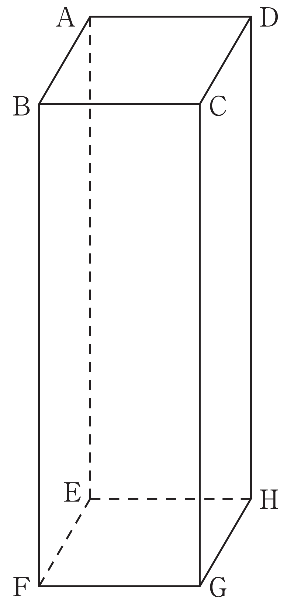
条件よりPC∥DF　…(ア)

よって，RD∥CF　…(イ)

(ア)，(イ)より２組の対辺がそれぞれ平行であるから，四角形RDFCは平行四辺形である。　終

4 右の**図 1** に示した立体 ABCD－EFGH は，
AB＝6 cm，AD＝8 cm，AE＝24 cm の直方体である。
次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 **図 1** において，頂点 A と頂点 G を結び，頂点 C から線分 AG に引いた垂線と線分 AG との交点を I とした場合を考える。

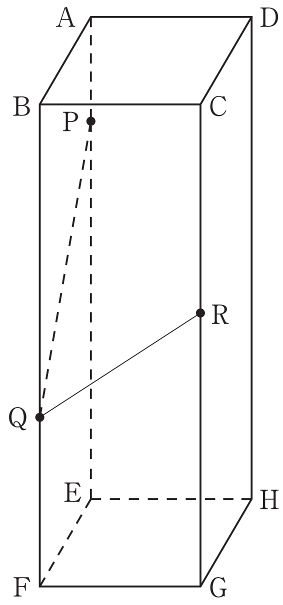
線分 CI の長さは何 cm か。

〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，辺 AE，辺 BF，辺 CG 上にある点をそれぞれ P，Q，R とし，点 P と点 Q，点 Q と点 R をそれぞれ結んだ場合を表している。

AP $= x$ cm，BQ $= 3x$ cm，CR $= 2x$ cm（$0 \leqq x \leqq 8$）とする。

次の(1)，(2)に答えよ。

図２



(1) アオさん，ヤマさんの２人は，点 P と点 R を結んでできる△PQR の形について話をしている。

アオさん：「△PQR はどんな三角形になるかな。」 ヤマさん：「三角形には，二等辺三角形，正三角形，直角三角形，直角二等辺三角形などがあるね。」 アオさん：「△PQR の各辺の長さを考えてみようよ。」 ヤマさん：「辺の長さを考えると，できる三角形とできない三角形が分かるね。」 アオさん：「そうだね。$\boxed{}$ はできるね。」 ヤマさん：「本当だね。そのときの x の値を求めてみようよ。」

$\boxed{}$ の中には，以下の**ア**～**エ**の三角形のうち，１つ以上が入る。$\boxed{}$ で選んだ三角形のうち，１つを選び，解答欄に○を付け，その選んだ三角形になるときの x の値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

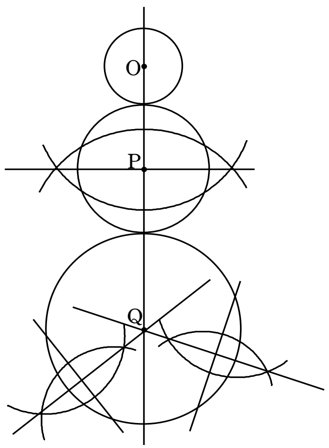
ア 二等辺三角形　**イ** 正三角形　**ウ** 直角三角形　**エ** 直角二等辺三角形

(2) $x = 4$ とする。この直方体を３点 P，Q，R を通る平面で２つの立体に分けたとき，頂点 G を含む立体の体積は何 cm^3 か。

正答表

1

	答	点
〔問1〕	$\sqrt{2}$	5
〔問2〕	$2+2\sqrt{7}\ ,\ 2-2\sqrt{7}$	5
〔問3〕	$\dfrac{1}{9}$	5
〔問4〕	5.5	5
〔問5〕	（下図）	5



2

	答	点
〔問1〕	$p=\sqrt{2}\ ,\ -\sqrt{2}$	7
〔問2〕	$p=1+\sqrt{5}\ ,\ 1-\sqrt{5}$	8
〔問3〕	【 途中の式や計算など 】	10

△ACPの面積は，$\dfrac{1}{2}\times 2\times\{p-(-2)\}=p+2$ …①

2点 $A(-2,2)$，$B(4,8)$ を通る直線の方程式を

$y=ax+b$ とすると，

$A(-2,2)$ を通るから，　$2=-2a+b$ …②

$B(4,8)$ を通るから，　$8=4a+b$ …③

②，③より，　$a=1,\ b=4$

よって，2点A，Bを通る直線の方程式は，$y=x+4$

点Pから x 軸に垂直な直線を引き，

この直線との交点をQとすると，

点Qの座標は $(p,\ p+4)$

よって，△APBの面積は，

$$\frac{1}{2}\times\left(p+4-\frac{1}{2}p^2\right)\times\{4-(-2)\}=3\left(p+4-\frac{1}{2}p^2\right)\ \cdots④$$

①，④より，　$p+2=3\left(p+4-\dfrac{1}{2}p^2\right)$ から

$3p^2-4p-20=0$

これを解くと，

$$p=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-20)}}{2\times3}=\frac{4\pm\sqrt{256}}{6}=\frac{4\pm16}{6}$$

よって，$p=-2,\ \dfrac{10}{3}$

ここで，$-2<p<4$ だから　$p=\dfrac{10}{3}$

（答え）　$p=\dfrac{10}{3}$

3

		答	点
〔問1〕	(1)	105 度	7
	(2)	$(4+4\sqrt{3})$ cm	8
〔問2〕		【 証 明 】	10

円Oにおいて，$\overset{\frown}{PQ}$ に対する円周角は等しいので，

∠PAQ＝∠PBQ

対頂角は等しいので，

∠PAQ＝∠EAC

∠PBQ＝∠FBD

より，∠EAC＝∠FBD　…①

四角形RDFCにおいて，

対角線CDを引く。

円O′において，$\overset{\frown}{EC}$ に対する円周角は等しいので，

∠EAC＝∠EDC　…②

円O′において，$\overset{\frown}{DF}$ に対する円周角は等しいので，

∠FBD＝∠FCD　…③

①，②，③より，

∠EDC＝∠FCD

したがって，∠RDC＝∠FCD となり，錯角が等しい。

よって，RD∥CF　…(イ)

4

		答	点
〔問1〕		$\dfrac{120}{13}$ cm	7
〔問2〕	(1)	【 選んだ三角形 】 ア　イ　ウ　エ	10

【 途中の式や計算など 】

点P，点Rから辺BFにそれぞれ垂線を引き，

その交点をL，Mとし，点Pから辺CGに垂線を引き，

その交点をNとする。

△PQLで，三平方の定理より，

$PQ^2=6^2+(2x)^2=4x^2+36$ …①

△QRMで，同様にして，

$QR^2=8^2+x^2=x^2+64$　…②

△PRNで，同様にして，

$PR^2=10^2+x^2=x^2+100$　…③

②，③より，$QR^2<PR^2$　つまり

$QR<PR$ であるから，

△PQRが直角三角形になるとき

斜辺は，PQまたはPRであると考えられる。

(i)　PQが斜辺のとき，△PQRで三平方の定理より，

$4x^2+36=x^2+64+x^2+100$

$=2x^2+164$

$x^2=64$

$0\leqq x\leqq 8$ より，$x=8$

(ii)　PRが斜辺のとき，同様にして

$x^2+100=4x^2+36+x^2+64$

$=5x^2+100$

$x^2=0$

$0\leqq x\leqq 8$ より，$x=0$

(i)，(ii)より，$x=0,\ 8$

（答え）　0，8

		答	点
〔問2〕	(2)	864 cm^3	8