数　　学

4ー八　数　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**3** ページから **9** ページにわたって印刷してあります。また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は **50** 分で，終わりは**午前 11 時 10 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に **HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい。**

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1　次の各問に答えよ。

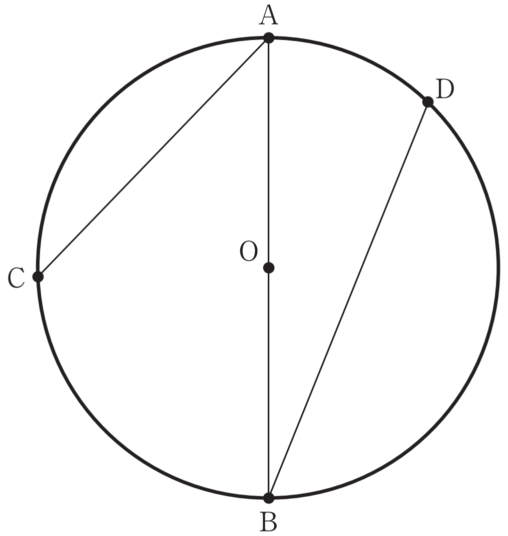
〔問 1〕　$\sqrt{3} \times \left(\dfrac{\sqrt{15}}{3}\right)^2 - \dfrac{5-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$　を計算せよ。

〔問 2〕　連立方程式　$\begin{cases} \dfrac{1-2x}{3} = 1 + \dfrac{x}{4} + y \\ x + 4y = 8 \end{cases}$　を解け。

〔問 3〕　2 次方程式　$(x+1)^2 + (x+1)(x+2) + 4x + 5 = 0$　を解け。

〔問 4〕　1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。
大きいさいころの出た目の数を十の位の数，小さいさいころの出た目の数を一の位の数とする 2 桁の整数を 11 で割った余りが 10 である確率を求めよ。
ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕　右の図で，点 O は線分 AB を直径とする円の中心であり，2 点 C，D は円 O の周上にある点である。
4 点 A，B，C，D は，図のように，A，C，B，D の順に並んでおり，互いに一致しない。
解答欄に示した図をもとにして，$\angle$ BAC = 2 $\angle$ ABD となる点 D を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 D の位置を示す文字 D も書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

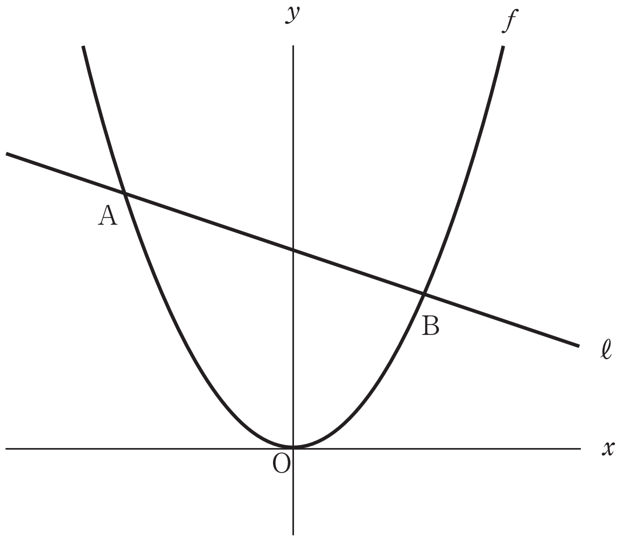


2　右の**図1**で，点Oは原点，曲線fは関数$y = ax^2$（$a > 0$）のグラフ，直線ℓは1次関数$y = bx + c$（$c > 0$）のグラフを表している。

曲線fと直線ℓとの2つの交点のうち，x座標が負の数である点をA，x座標が正の数である点をBとする。

次の各問に答えよ。

図1



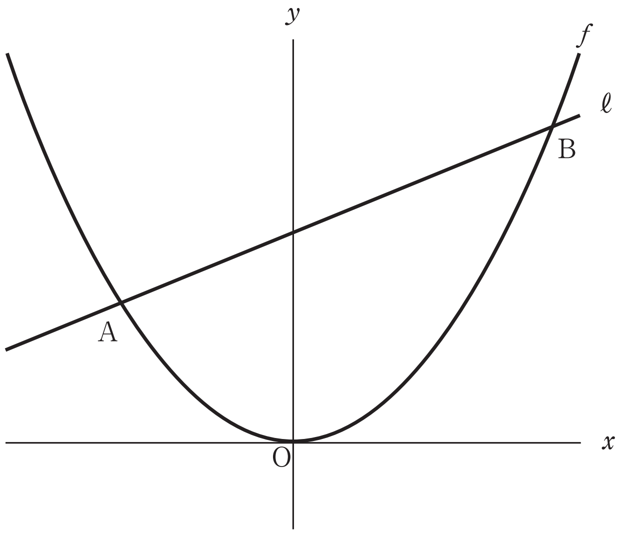
〔問1〕　$b < 0$，$c = 1$の場合を考える。

xの変域$-3 \leqq x \leqq 2$に対する，関数$y = ax^2$のyの変域と関数$y = bx + c$のyの変域が一致するとき，a，bの値をそれぞれ求めよ。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，点Aのx座標を-2，点Bのx座標を3とした場合を表している。

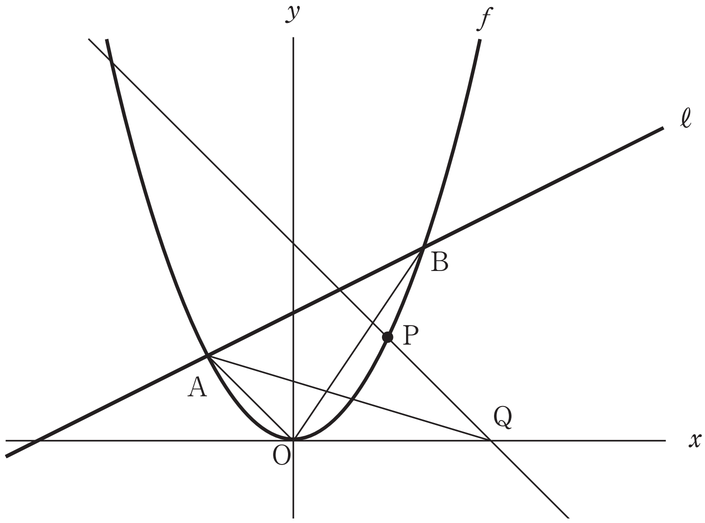
線分ABを直径とする円が点Oを通るとき，aの値を求めよ。

図2



〔問 3〕 右の**図 3** は，**図 1** において，
$a=1$，点 A の x 座標が -1，
点 B の x 座標が $\frac{3}{2}$ のとき，
曲線 f 上にあり，
x 座標が $p\left(0<p<\frac{3}{2}\right)$
である点を P，点 P を通り
点 O と点 A を結んでできる
線分 OA に平行に引いた直線
と x 軸との交点を Q とし，
点 O と点 B，点 A と点 Q を
それぞれ結んだ場合を
表している。

図 3



△ AOQ の面積が△ AOB の面積の $\frac{8}{15}$ 倍になるとき，p の値を求めよ。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

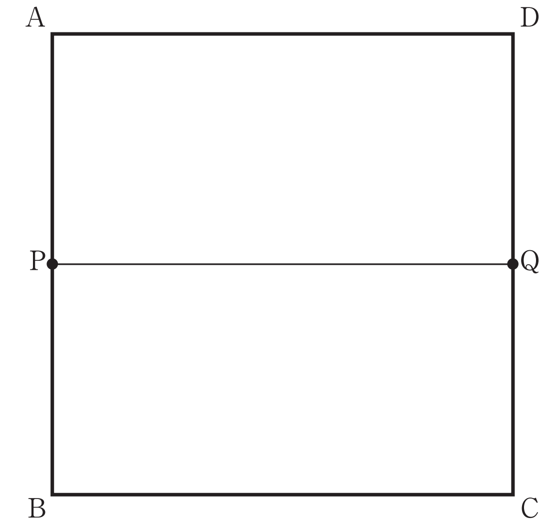
3　右の**図1**で，四角形 ABCD は正方形の折り紙である。

点 P，点 Q はそれぞれ辺 AB，辺 CD の中点である。

点 P と点 Q を結ぶ。

次の各問に答えよ。

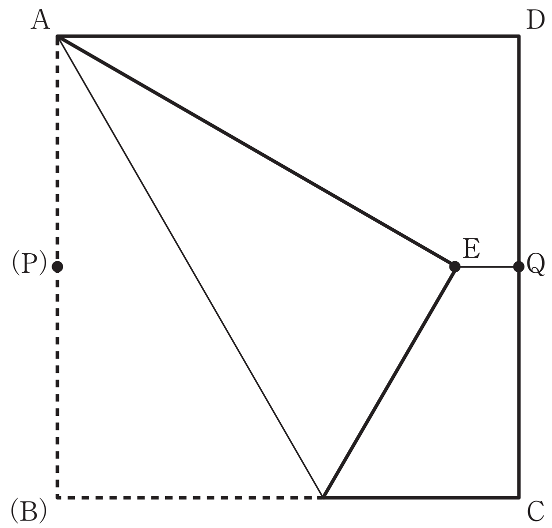
図1



〔問1〕　右の**図2**は，**図1**において，頂点 A を通り辺 BC と交わる直線で，四角形 ABCD を頂点 B が線分 PQ 上にくるように1回だけ折り，折ったときに頂点 B と重なる位置にある点を E とした場合を表している。

∠EAD の大きさは何度か。

図2



〔問 2〕　右の**図 3** は，**図 1** において，
線分 BP，線分 CQ の中点を
それぞれ R，S とし，
点 R と点 S を結び，
頂点 A を通り辺 BC と交わる
直線で，四角形 ABCD を
頂点 B が線分 RS 上にくる
ように 1 回だけ折り，
折ったときに
頂点 B と重なる位置にある点を F，
点 R と重なる位置にある点を G，
点 P と重なる位置にある点を H
とした場合を表している。

右の**図 4** は，**図 3** において，
折った部分を元に戻し，
頂点 A と点 F を結んだ場合を
表している。

図 4 において，頂点 B と点 F，
頂点 B と点 G，頂点 B と点 H を
それぞれ結んだ場合を考える。

次の (1)，(2) に答えよ。

図 3

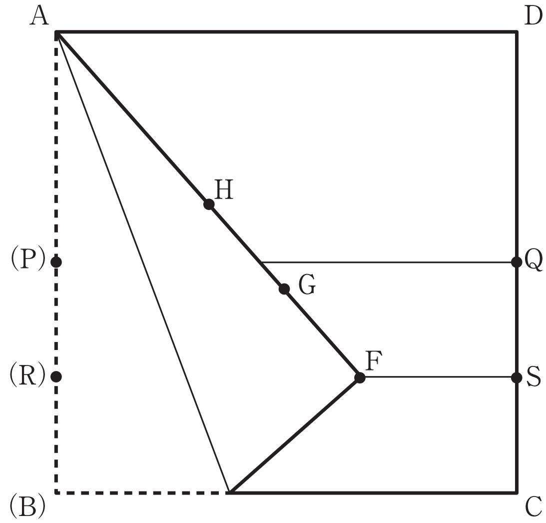
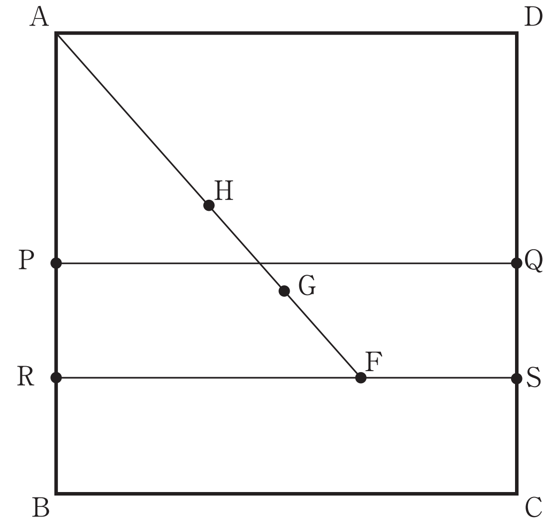


図 4

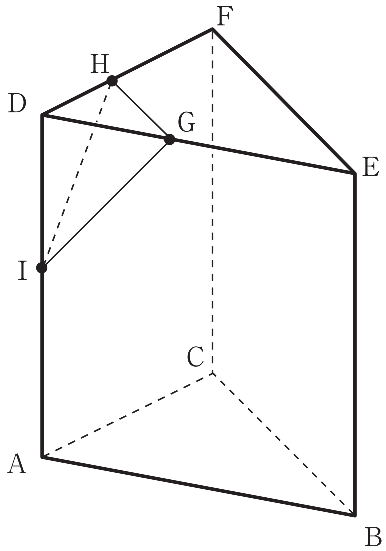


(1)　△ HBG ≡ △ FBG であること
を証明せよ。

(2)　∠ FBC の大きさを a° とする
とき，∠ HBC の大きさを
a を用いた式で表せ。

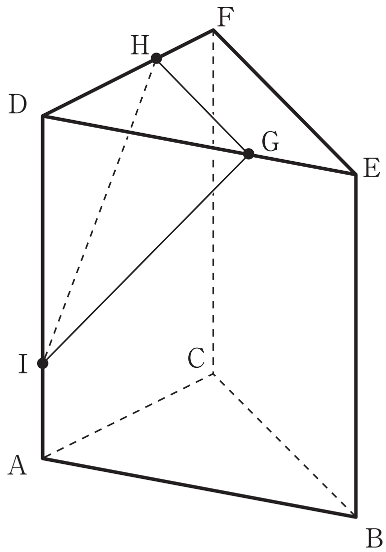
4　右の**図1**に示した立体 ABC － DEF は，
AB = AC = AD = 3 cm,
∠ BAC =∠ BAD =∠ CAD = 90°
の三角柱である。
　点 G，点 H，点 I はそれぞれ
辺 DE，辺 DF，辺 DA 上にある点で，
DG = DH = DI = x cm ($0 < x < 3$)
である。
　点 G と点 H，点 H と点 I，
点 I と点 G をそれぞれ結ぶ。
　次の各問に答えよ。

図1



〔問 1〕　右の**図2**は，**図1**において，
$x = 2$ の場合を表している。
次の (1)，(2) に答えよ。

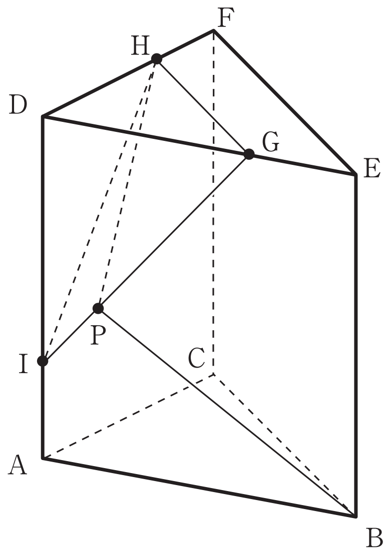
図2



(1)　立体 ABCIGEFH の体積は何 cm^3 か。

(2)　右の**図3**は，**図2**において，
線分 GI 上にある点を P とし，
頂点 B と点 P，点 P と点 H を
それぞれ結んだ場合を表している。
BP+PH= ℓ cm とする。
点 P を線分 GI 上において動かすとき，
最も小さくなる ℓ の値を求めよ。

図3

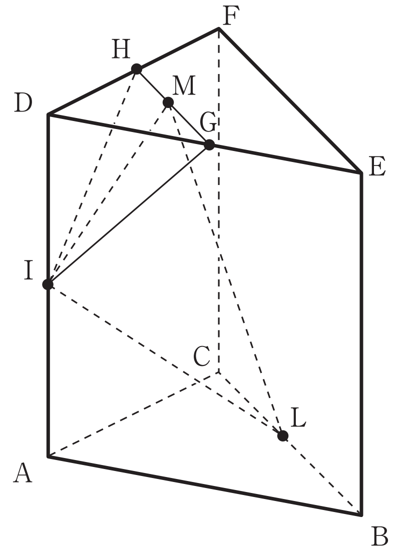


〔問 2〕　右の**図 4** は，**図 1** において，
辺 BC の中点，線分 GH の中点をそれぞれ L，M とし，点 I と点 L，点 L と点 M，点 M と点 I をそれぞれ結んだ場合を表している。

$x=\dfrac{3}{2}$ のとき，△ILM の面積は何 cm^2 か。

ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図 4



＊受検番号欄は裏面にもあります。

(4－八)

解答用紙　数学

受	検	番	号			
⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

マーク・解答上の注意事項

1　受検番号欄は，ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）を使って，◯ の中を正確に塗りつぶすこと。

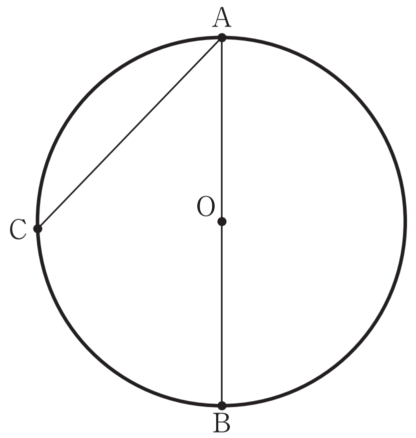
2　記入した内容を直すときは，きれいに消して，消しくずを残さないこと。

3　決められた欄以外にマークしたり，記入したりしないこと。

良い例	悪い例		
●	線	小さい	はみ出し
	丸囲み	レ点	うすい

1

〔問1〕	
〔問2〕	$x =$　　　　　，$y =$
〔問3〕	
〔問4〕	
〔問5〕	



2

〔問1〕	$a =$　　　　　，$b =$
〔問2〕	

2

〔問3〕

【　途中の式や計算など　】

（答え）

解答用紙　**数　学**

受検番号						

3		
〔問 1〕		度
〔問 2〕	(1)	【証　明】
〔問 2〕	(2)	(　　　　　) 度

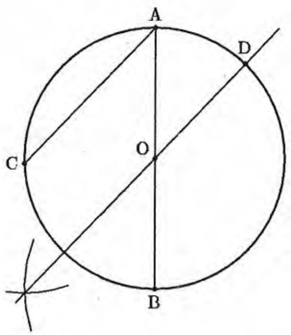
4		
〔問 1〕	(1)	cm^3
〔問 1〕	(2)	
〔問 2〕		【途中の式や計算など】
		(答え)　　　　　cm^2

数　学

（4 － 八）

1

1		点
〔問1〕	$\sqrt{2}$	5
〔問2〕	$x=-4,\quad y=3$	5
〔問3〕	$\frac{-9\pm\sqrt{17}}{4}$	5
〔問4〕	$\frac{5}{36}$	5
〔問5〕解答例		5



2

2		点
〔問1〕	$a=\frac{5}{18},\qquad b=-\frac{1}{2}$	7
〔問2〕	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	8
〔問3〕解答例	【 途中の式や計算など 】	10

OA に平行な直線の式は，$y=-x+n$ と表せる。
点 $P(p, p^2)$ を通るとき，　$p^2=-p+n$
$n=p^2+p$ であるから，

$$y=-x+(p^2+p)$$

この直線と x 軸との交点 Q の座標は，
$y=0$ より $x=p^2+p$ であるから，

$$Q(p^2+p, 0)$$

同様に，点 $B\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$ を通り
OA に平行な直線の式は，

$$y=-x+\frac{15}{4}$$

この直線と x 軸との交点 R の座標は，
$y=0$ より $x=\frac{15}{4}$ であるから，　$R\left(\frac{15}{4}, 0\right)$
点 A と点 R を結ぶ。
△AOB と △AOR の面積は等しく，
△AOQ の面積が △AOB の面積の $\frac{8}{15}$ 倍であるから，
△AOQ と △AOR の面積比は $8:15$
$OQ:OR=8:15$ であるから，

$$(p^2+p):\frac{15}{4}=8:15$$

$$15(p^2+p)=\frac{15}{4}\times 8$$

これより　$p^2+p-2=0$

$$(p+2)(p-1)=0$$

$0<p<\frac{3}{2}$ より，　$p=1$

（答え）　1

3

3			点
〔問1〕		30　度	7
〔問2〕解答例	(1)	【 証 明 】	10

△HBG と △FBG において，
仮定より，

$$HG=PR=BR=FG \qquad \cdots①$$

共通の辺であるから，

$$BG=BG \qquad \cdots②$$

△ABG と △AFR において，共通の角であるから，

$$\angle GAB=\angle RAF$$

折っていることから，

$$AB=AF$$

$$AG=AR$$

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

$$\triangle ABG\equiv\triangle AFR$$

対応する角はそれぞれ等しいから，

$$\angle AGB=\angle ARF$$

四角形 ARSD は長方形で，$\angle ARF=90°$
したがって，

$$\angle HGB=\angle AGB=\angle ARF=90°$$

3点 F, G, H は一直線上にあるから，

$$\angle HGB=\angle FGB=90° \qquad \cdots③$$

①, ②, ③ より，
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

$$\triangle HBG\equiv\triangle FBG$$

〔問2〕	(2)	（　$3a$　）度	8

4

4			点
〔問1〕	(1)	$\frac{73}{6}$　cm^3	7
〔問1〕	(2)	$\sqrt{6}+2\sqrt{2}$	8
〔問2〕解答例		【 途中の式や計算など 】	10

M から線分 AL に引いた垂線を MK とすると
MK は線分 AL の垂直二等分線であり，
MK は底面 ABC に垂直である。
△BAC は，$\angle BAC=90°$ の直角二等辺三角形
であり，LB=LC であるから，

$$AL=\frac{1}{\sqrt{2}}AB=\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

よって，

$$LM^2=MK^2+LK^2=3^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{81}{8}$$

$$IL^2=IA^2+AL^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{27}{4}=\frac{54}{8}$$

さらに，△HIG は正三角形であり，
$GH=\frac{1}{2}EF=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ であるから，

$$MI=\frac{\sqrt{3}}{2}GI=\frac{\sqrt{3}}{2}GH=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{6}}{4}$$

よって，

$$IL^2+MI^2=\frac{54}{8}+\left(\frac{3\sqrt{6}}{4}\right)^2=\frac{81}{8}=LM^2$$

が成り立ち，　$\angle MIL=90°$
したがって，△ILM の面積を S とすると，

$$S=\frac{1}{2}\times IL\times MI=\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{3\sqrt{6}}{4}=\frac{27\sqrt{2}}{16}$$

(cm^2)

（答え）　$\frac{27\sqrt{2}}{16}$　cm^2