

高

令和3年度（2021年度）

高等学校入学試験問題

数 学

(60分)

注 意

「始め」の合図があるまでは問題を開いてはいけません。

- 「始め」という合図で始め、「やめ」という合図ですぐにやめなさい。
 - 問題は1ページから6ページまでです。
 - 解答を始める前に、まず、解答用紙に氏名を記入しなさい。次に、受験番号(5桁)を記入し、下のマーク欄の○を塗りつぶしなさい。
 - 解答は、記述式のみである。すべて解答用紙に記入しなさい。
 - 質問や用があるときは、声を出さずに静かに手をあげなさい。
問題の内容についての質問は受け付けません。
 - 分度器、定規、コンパス、計算機類の使用は認めません。
-
- 円周率は、 π を用いなさい。
 - 答えに根号が含まれるときは、根号の中は最も小さい正の整数にしなさい。
また、分母に根号が含まれるときは、分母に根号を含まない形にしなさい。

1

次の問いに答えよ。

(1) $(-2)^2 \times (-2^2) \div 2^2$ を計算せよ。

(2) $(1 + \sqrt{3})^2 (1 - \sqrt{3})^2$ を計算せよ。

(3) 次の①～④のことがらのうち、正しいものをすべて選べ。

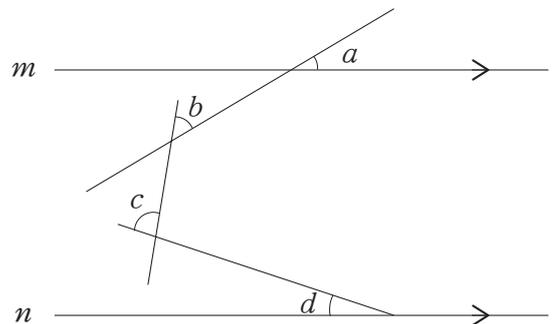
① 2人がじゃんけんを1回するとき、勝負が決まる確率は $\frac{2}{3}$ である。

② 2枚の硬貨を同時に投げるとき、1枚は表で1枚は裏が出る確率は $\frac{1}{3}$ である。

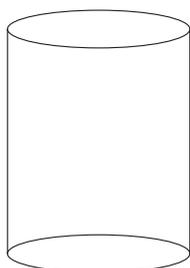
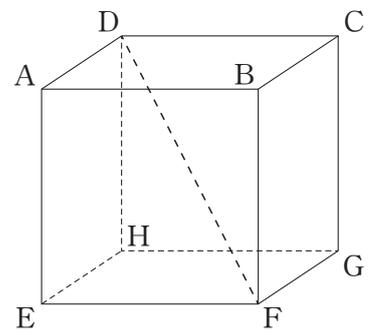
③ 当たりが3本、ハズレが7本入っているくじがある。一度引いたくじはもとに戻さないとして、A君とB君がこの順番でくじを引くとき、A君が当たりを引く確率はB君が当たりを引く確率より低い。

④ 2個のさいころを同時に投げるとき、同じ目が出る確率は $\frac{1}{6}$ である。

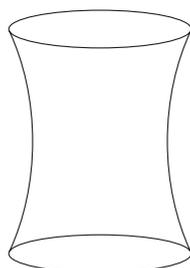
(4) 右の図で、 $m \parallel n$ であるとき、 $a + b + c + d$ は何度になるかを計算せよ。



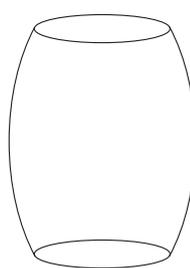
(5) 右の図のような、立方体 ABCD-EFGH がある。辺 AE を軸に、線分 DF を1回転させたときにできる立体に最も近いものを、下の①～④の中から1つ選べ。



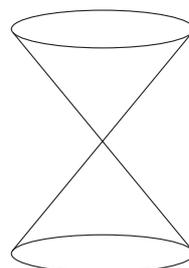
①



②



③



④

- (6) 太郎さんと花子さんが次のようなゲームを行う。以下の会話の中の , に入る数字を答えよ。

ゲームの説明

2人で交互に1から13までの整数を順番に数えていく。1人は最大で3つまで数字を言うことができ、最後に13を言った人が敗者となる。

花子：太郎くん先攻でゲームをしましょう。

太郎：1, 2

花子：3, 4

太郎：5, 6, 7

花子：8

太郎：9

花子：10, 11, 12

太郎：あ～僕の負けだ。

花子：後攻の場合、必勝法があるのよ。先攻と後攻の数えた数字の個数の合計が 個になるように後攻は調整して数えれば良いのよ。

太郎：なるほど。13を で割った余りが になるから、必ず後攻が3回目の最後に12を言うことになり、先攻が4回目です必ず13を言うことになるんだね。

- (7) A から F の6人が体育祭で100 m 走に参加した。6人の結果について、次のア～オのことがわかっている。

ア 同着のものはなかった。

イ A と B の間にゴールしたものが1人いた。

ウ B と E の間にゴールしたものが3人いた。

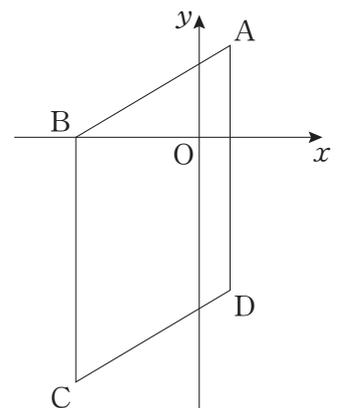
エ D は E より早く、F より遅くゴールした。

オ C は A より早くゴールした。

このとき、下の①～⑤の中から、確実に正しいものを1つ選べ。

- ① 1位はFだった。
- ② 2位はCだった。
- ③ 3位はBだった。
- ④ 4位はEだった。
- ⑤ 5位はDだった。

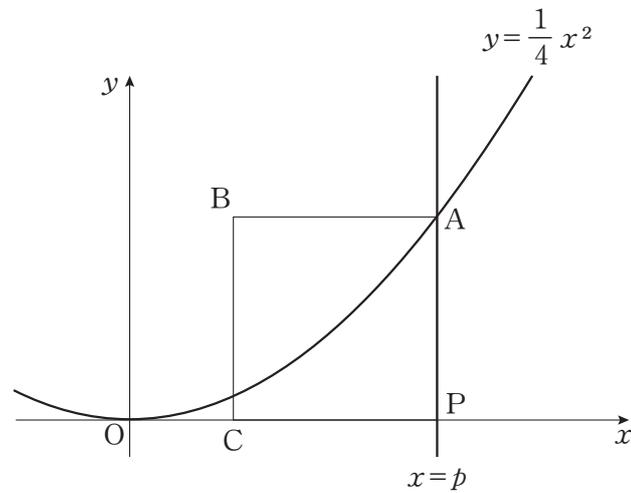
- (8) 四角形 ABCD は平行四辺形であり、3点 A, B, D の座標はそれぞれ $(1, 3)$, $(-4, 0)$, $(1, -5)$ である。辺 AD を軸として、平行四辺形 ABCD を1回転させたときのできる立体の体積を求めよ。



2

放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ と、 x 軸上を動く点 $P(p, 0)$ ($p > 0$) がある。さらに、直線 $x = p$ と放物線との交点を A とし、図のように正方形 $PABC$ をつくる。ただし、点 B, C の x 座標は、 p より小さいものとする。次の問いに答えよ。

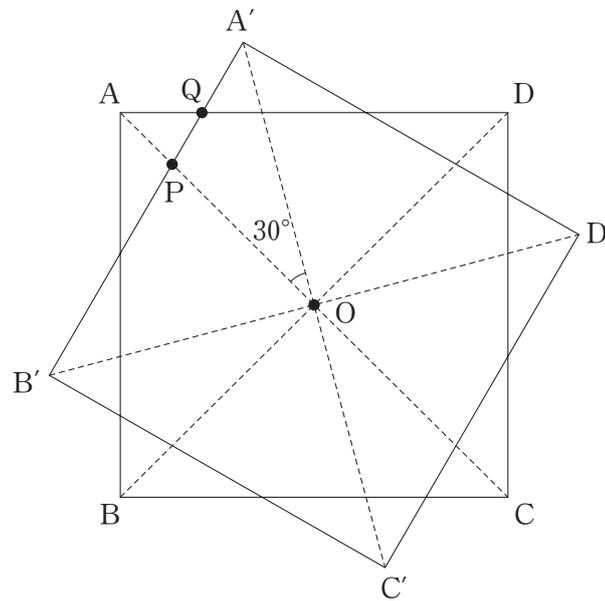
- (1) 点 C が原点 O と重なるとき、 p の値を求めよ。
- (2) 点 B の x 座標を p を用いて表せ。
- (3) $p = 2\sqrt{5}$ のとき、台形 $OABC$ の面積を S_1 、三角形 OPA の面積を S_2 とする。 $\frac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ。



3

下の図のように、2つの正方形 $ABCD$ と $A'B'C'D'$ がある。正方形 $A'B'C'D'$ は、正方形 $ABCD$ を対角線の交点 O を中心に、時計回りに 30° 回転させ、重ねたものである。辺 $A'B'$ と対角線 AC 、辺 AD の交点をそれぞれ P 、 Q とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\angle OPQ$ の大きさを求めよ。
- (2) $A'Q$ の長さを1とする。
 - (i) 正方形 $ABCD$ の1辺の長さを求めよ。
 - (ii) 2つの正方形 $ABCD$ と $A'B'C'D'$ の重なった部分の面積を求めよ。



4

図1のように、1, 2, 3の数字が書かれた1辺の長さが1の立方体があり、向かい合う面には同じ数字が書かれている。図2のような縦 a 、横 b (a, b は2以上の整数) の長方形の紙があり、立方体をAの場所に置き、矢印の方向に長方形の辺に沿ってBの場所まですべらないように転がして移動させる。ただし、立方体をAの場所に置くときは、図3のような向きで置く。立方体を転がすたびに、長方形の紙と接した立方体の面に書かれている数字を長方形の紙に記録していく。Aの場所には1を書いておく。

例えば、 $a = 3, b = 4$ のときは、図4のように記録される。

次の問いに答えよ。

- (1) $a = 9, b = 11$ のとき、長方形の紙に2は何回記録されるか求めよ。
- (2) 長方形の紙に記録された数字の和 S について考える。ただし、Aの場所の1も加えるとする。図4の場合は、 $S = 20$ となる。
- (i) $a = 2x + 1$ (x は正の整数)、 $b = 20$ のとき、 $S = 124$ であった。このとき、 x の値を求めよ。
- (ii) $a = 5, b = 7$ のときと、 $a = 4, b = 7$ のときの S の値は等しい。このように、同じ b の値に対して、 a の値が異なっても S の値は等しくなる場合がある。次の にあてはまる数字を求めよ。ただし、 には、同じ奇数が入る。

$a = 2, b = \text{}$ のときと、 $a = 5, b = \text{}$ のときの S の値は等しい。

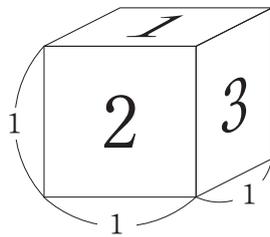


図1

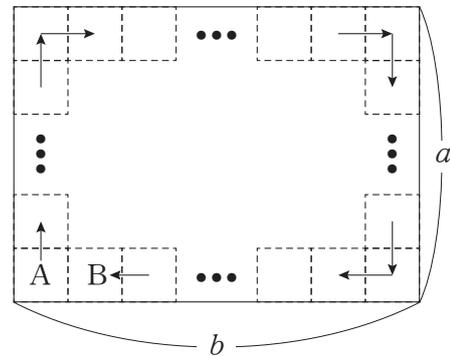


図2

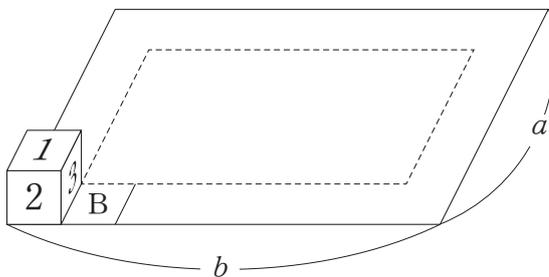


図3

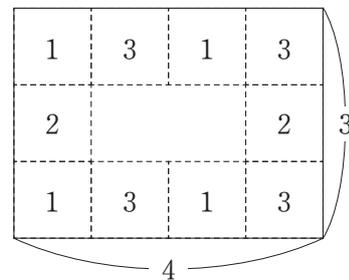


図4

5 図のような、立方体 ABCD-EFGH がある。
 点 M, N はそれぞれ辺 AD, FG の中点であり、
 $CM = 2\sqrt{5}$ である。次の問いに答えよ。

- (1) この立方体の 1 辺の長さを求めよ。
- (2) 四角形 ENCM の面積を求めよ。
- (3) 四角錐 B-ENCM の体積を求めよ。

