

2021年度 一般入学試験問題

数 学

始まりのブザーが鳴るまで問題冊子、解答用紙に手を触れずに、
下記の注意事項に目を通しておくこと。

- ◎ 問題用紙は1ページから7ページまであるので、始まりのブザーが鳴ったらすぐに確認すること。
- ◎ 最初に記名をしてから問題を解くこと。
- ◎ 解答はすべて別紙の解答用紙に記入すること。
- ◎ とじてある問題用紙をばらばらにしたり、一部を切り取ったりしないこと。
- ◎ 終了のブザーが鳴ったら筆記用具を置くこと。
- ◎ 問題冊子は持ち帰ってもかまわない。

◎ 解答は、すべて別紙解答用紙の解答欄に記入せよ． π ， $\sqrt{\quad}$ はそのままよい．

[1] $x = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ， $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ のとき，次の式の値を求めよ．

$$\frac{x^2 + 2xy - 2y^2}{3} - \frac{x^2 + 3xy - 2y^2}{4}$$

[2] 一の位が0でなく，一の位から逆の順番で読んでも元の数と等しい自然数について次の問に答えよ．

(1) 3桁の自然数の中で，このような自然数はいくつあるか．

(2) 2021以下の自然数の中で，このような自然数はいくつあるか．

□3 自然数 n を 5 で割ったときの余りを $\langle n \rangle$ で表すものとする.

例えば, $\langle 17 \rangle = 2$, $\langle 4^3 \rangle = 4$, $\langle 1 \rangle = 1$ である. このとき, 次の値を求めよ.

(1) $\langle 1^4 \rangle + \langle 2^4 \rangle + \langle 3^4 \rangle + \langle 4^4 \rangle + \langle 5^4 \rangle$

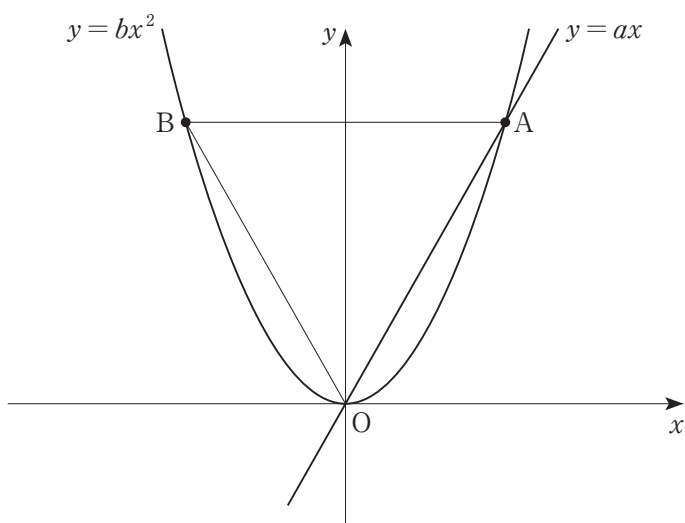
(2) $\langle 6^4 \rangle + \langle 7^4 \rangle + \langle 8^4 \rangle + \langle 9^4 \rangle + \langle 10^4 \rangle$

(3) $\langle 1^9 \rangle + \langle 2^9 \rangle + \langle 3^9 \rangle + \cdots + \langle 9^9 \rangle + \langle 10^9 \rangle$

- 4 図のように関数 $y=ax$ のグラフと関数 $y=bx^2$ のグラフが点 A で交わっている.
点 A を通り x 軸に平行な直線と関数 $y=bx^2$ のグラフとの交点を B としたとき,
 $\triangle OAB$ が正三角形になった.

$\triangle OAB$ の面積が $9\sqrt{3}$ のとき, 次の問に答えよ. ただし, $a > 0$, $b > 0$ とする.

- (1) a と b の値を求めよ.
(2) 線分 OA 上に点 C をとると, $\triangle OBC = \frac{1}{3} \triangle OAB$ であった. 点 C の座標を求めよ.
(3) 関数 $y=bx^2$ のグラフ上に点 D をとると, $\triangle OBC = \triangle OBD$ となる点 D は 2 つある. このとき, 点 D の x 座標をすべて求めよ.



- 5 2軒の店 A, B が同じ商品を x 個ずつ仕入れ, 異なる定価で売った.

店 A では定価 300 円で, 店 B では定価 y 円で売り出したところ, A では仕入れ個数の $\frac{1}{5}$ が, B では $\frac{1}{4}$ が売れた.

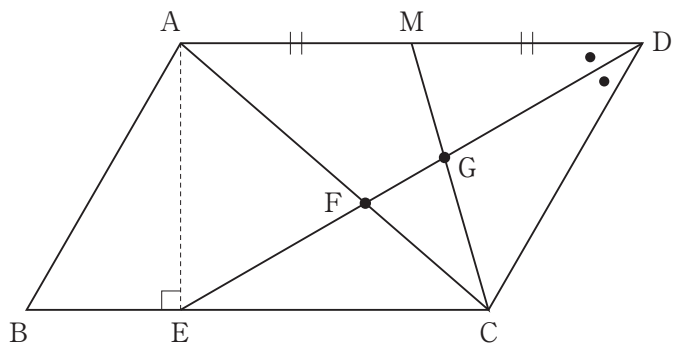
この時点では店 B の売り上げが店 A より 1350 円多かった. …①

そこで 2 店とも定価の 2 割引きで売ったところ, 店 A では仕入れ個数の $\frac{1}{3}$ が, 店 B では $\frac{1}{2}$ が売れた.

さらに, 2 店とも定価の 5 割引きで売ったところ, 店 A, 店 B ともに売り切れ, 最終的な売り上げは店 A のほうが 135 円多かった. 次の問に答えよ. ただし, 消費税は考えないものとする.

- (1) ①を x と y の式で表せ.
- (2) 店 A の最終的な売り上げを x の式で表せ.
- (3) 店 B の最終的な売り上げを x と y の式で表せ.
- (4) x と y の値を求めよ.

- 〔6〕 $AB = 5\text{ cm}$, $AD = 8\text{ cm}$ であり, $\angle ADC$ の二等分線と辺 BC の交点を E とすると, $AE \perp BC$ となるような平行四辺形 $ABCD$ がある.
- 辺 AD の中点を M とし, 線分 DE と対角線 AC , 線分 CM の交点をそれぞれ F , G とするとき, 次の問に答えよ.
- (1) BE の長さを求めよ.
 - (2) 平行四辺形 $ABCD$ の面積を求めよ.
 - (3) $\triangle CFG$ の面積を求めよ.



- 7 直径 AB が 13 cm である半円の弧 AB 上に $BC = 5\text{ cm}$ となるように点 C をとる.
- また, 点 P を半直線 BC 上に $CP = 16\text{ cm}$ となるようにとり, 線分 PA と半円との交点を D とする. このとき, 次の線分の長さを求めよ.
- (1) AC
 - (2) PA
 - (3) CD

青山学院高等部 解答

1 $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

2 (1) 90 個 (2) 119 個

3 (1) 4 (2) 4 (3) 20

4 (1) $a = \sqrt{3}$ $b = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $C(1, \sqrt{3})$ (3) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$

5 (1) $\frac{1}{4}xy = 60x + 1350$ (2) $210x$ 円 (3) $\frac{31}{40}xy$ 円

(4) $x = 180, y = 270$

6 (1) $BE = 3\text{cm}$ (2) 平行四辺形 $ABCD = 32\text{cm}^2$ (3) $\triangle CFG = \frac{200}{117}\text{cm}^2$

7 (1) $AC = 12\text{cm}$ (2) $PA = 20\text{cm}$ (3) $CD = \frac{52}{5}\text{cm}$

8 (1) $ON = 4\text{cm}$ (2) $PQ = 2\text{cm}$ (3) $PC = 2\sqrt{7}\text{cm}$